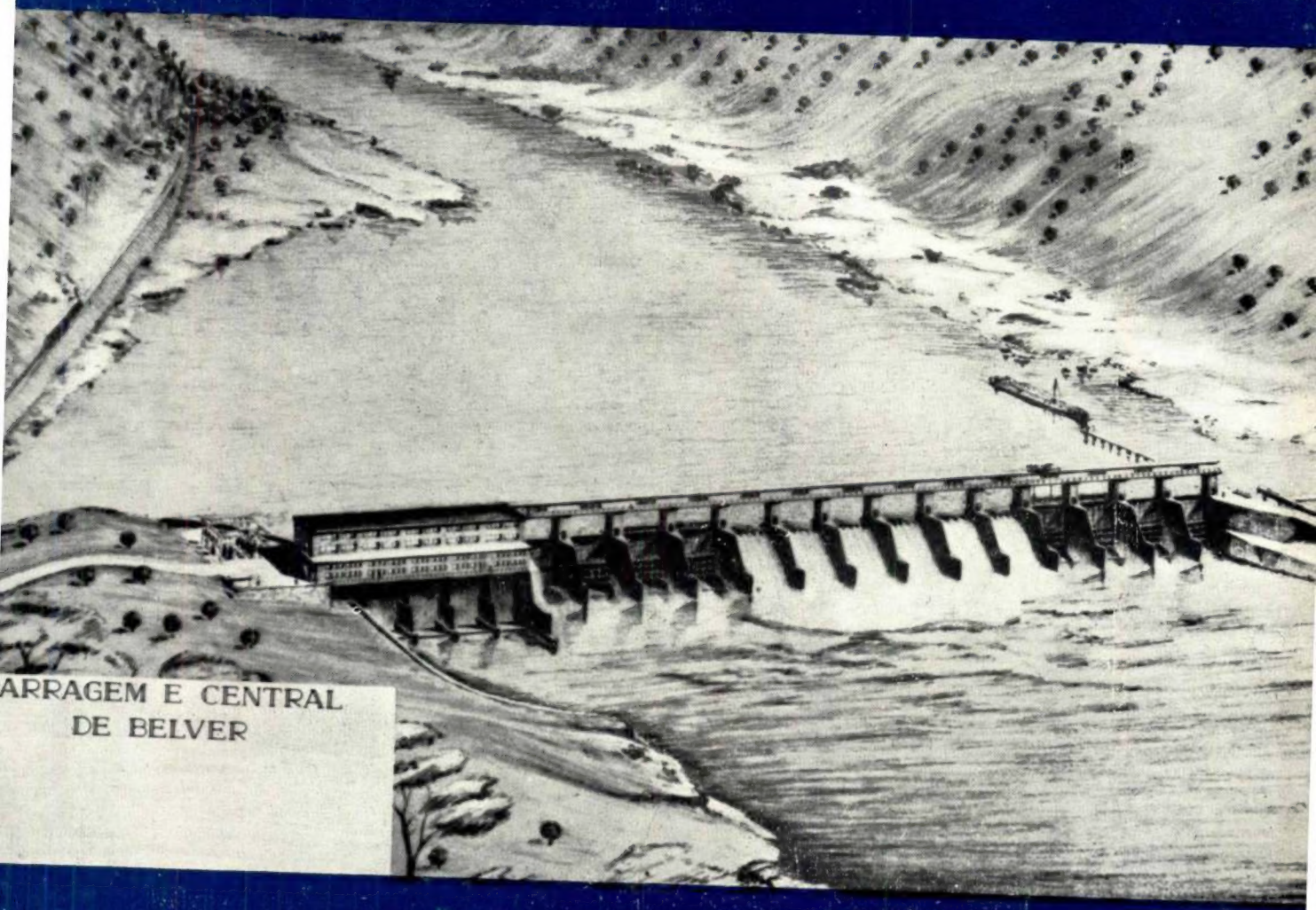
TÉCNICA



ARRAGEM E CENTRAL
DE BELVER

REVISTA DE ENGENHARIA
DOS ALUNOS DO I.S.T.

N.º 180-F vereiro-1948

CIMENTO

SECIL

Fabricado pelos mais modernos processos e preferido para todos os trabalhos de responsabilidade.
Sacos de papel ou de juta com 50 Kg.
Barricas de 180 Kg.

S E C I L

COMPANHIA GERAL DE CAL E CIMENTO
RUA DO COMÉRCIO, 56, 3.°
LISBOA

União Eléctrica Portuguesa

S. A. R. L.

SEDE
Rua Duque de Loulé, 240 — Pôrto
Telef. 2828 - 2829 - 2830 - Est. 90

DELEGAÇÃO
R. António Maria Cardoso, 13, 2.°-Lisboa
Telefones 27232 — 27233 — Est. 365

ELECTRICIDADE DO LINDOSO
E DAS CENTRAIS DO FREIXO E DA CACHOFARRA

A **União Eléctrica Portuguesa** distribui e vende electricidade nos **distritos** de VIANA DO CASTELO, BRAGA, PORTO, AVEIRO, COIMBRA, VISEU LEIRIA e de SETÚBAL, pela mais extensa rêde de alta-tensão em Portugal (mais de 1.200 kms), levando fôrça motriz às FÁBRICAS e luz a CIDADES, VILAS, ALDEIAS e LUGARES

A **U. E. P.** facilita a electrificação de Fábricas e oferece as maiores vantagens nas suas tarifas

Consultar a **U. E. P.** e consumir a sua energia é **proveitoso negócio**

Cimento «Liz» hidrofugado «N»

PRÓPRIO PARA

IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS

REBOCOS, FUNDAÇÕES, PAREDES, ETC.

Substitue com vantagem de ordem técnica e económica todos os impermeabilizadores conhecidos.

Em sacos de papel de 50 quilos

Peçam instruções para o seu emprêgo

Sede: Rua do Cais de Santarém, 64, 1.° — LISBOA
Filial: Rua de Santo António, 190-A, 1.° — PORTO

Agentes em todo o País

NÚMERO
180
Fevereiro — 1948

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA
DOS
ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
Redacção e Administração: AV. ROVISCO PAIS, IST / LISBOA-N. / TEL. 70144 (linha 50)

DIRECTOR
FERNANDO JÁCOME DE CASTRO

ADMINISTRADOR
HENRIQUE ESTÁCIO MARQUES

BIBLIOTECÁRIO
JAIME ORNELAS CAMACHO

SECRETÁRIO
JOSÉ MARIA AVILLEZ
A. ACCIAIOLLI

NÚMERO AVULSO 7$50

ASSINATURAS:

	3 N.os	6 N.os	12 N.os
Continente e Ilhas	21$00	40$00	75$00
Colónias Portuguesas e Estrangeiro	—	45$00	80$00

EDITOR E PROPRIETARIO
ASS. DOS ESTUD. DO I. S. T.

COMPOSTO E IMPRESSO
NA
Tip. JORGE FERNANDES, L.da
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
LISBOA

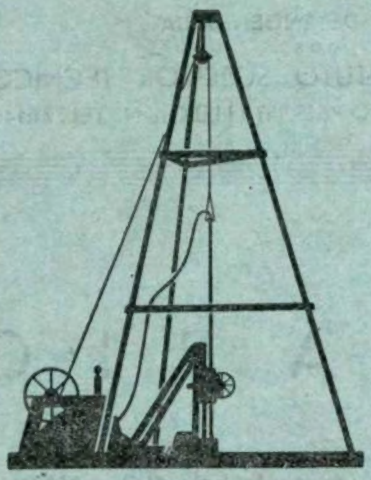
SUMÁRIO

CAPA — Primeira Central a construir pela Hidro-Eléctrica Alto Alentejo no Rio Tejo, com a potência de 44.000 CV.

		Págs.
O Livro e o Mestre	Doutor Mira Fernandes	729
Motor de ar quente	Eng.º António Gouvêa Portela	732
2.º Congresso Nacional de Engenharia		740
Moagem	Eng.º Luís A. de Almeida Alves	741
Contribuição para o estudo da composição dos aglomerados de cimento	Eng.º José F. Pinto Fonseca	763
Reactividade do carvão de madeira	Vergílio Rui Teixeira Lopo	767
Notas à excursão dos alunos do 6.º ano de minas a França e Espanha (curso de 1946-47)	José Rogado e Fernando Freitas	771
Biblioteca		800

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SÃO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES

SONDAGENS RODIO, Limitada



RODIO

Sondagens geológicas, estudo da resistência e permeabilidade de terrenos; laboratório geotécnico

Pesquisas de água.

Consolidação e impermeabilização de terrenos e de obras por meio de injecções de cimento, produtos químicos, argila activada, emulsão betuminosa Shellperm, etc.

Estacas de betão armado, sistema **Ródio** moldadas no solo sem trepidações.

Rebocos comprimidos por «**cement gun**»

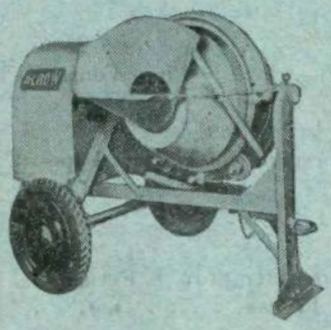
Fundações em terrenos difíceis quer por congelação artificial, quer por abaixamento do lençol de água.

As melhores referências no país e no estrangeiro

Sócio gerente residente em Portugal:
Walter Weyermann, Eng. civil

R. S. Mamede ao Caldas, 22, 3.º — LISBOA

Tel. 2 8685



ACROW

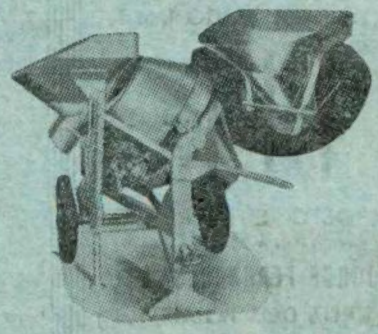
150 LITROS

As únicas betoneiras de 150 litros, equipadas com tremonha doseada de materiais, permitindo trabalho contínuo, isto é o s/**rendimento aumentado em 50 %**; chassis montados sobre molas e rodado sobre pneus, isto é, permitindo **a mais fácil deslocação.**

MOTORES

A GASOLINA

Entrega imediata, no armazém do representante exclusivo para Portugal



Telef. 2 2001 / 2 6633

Henry M. F. Hatherly, Ltd.ª

Rua do Comércio, 8-5.º — LISBOA

WILD

APARELHOS DE ALTO RENDIMENTO PARA
TOPOGRAFIA GEODESIA FOTOGRAMETRIA

EFICIÊNCIA **ROBUSTEZ**

COMPROVADAS POR MUITAS CENTENAS DE INSTRUMENTOS

vendidos em Portugal e Colónias, a maior parte dos quais ainda em serviço após anos de trabalho intensivo

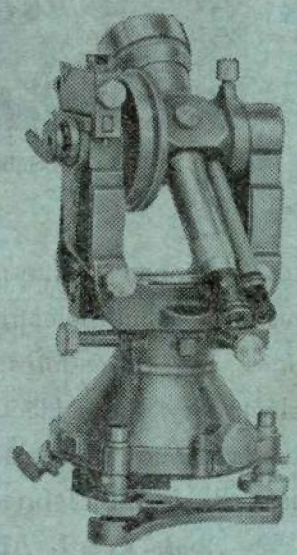
Nível pequeno **N I**
» médio **N II**
» de precisão **N III**

Teodolito-bússola **T O**
» repetidor **T 1**
» universal **T 2**
» de precisão **T 3**
» astronómico **T 4**

Alidade com prancheta
Estádia de invar
Telémetros

Foto-teodolito
Câmaras fotográficas
Restituidores

Goniómetros e outros instrumentos topográficos militares



TEODOLITO DE ALTA PRECISÃO WILD T3

NOS NOSSOS ESCRITÓRIOS ESTAO À DISPOSIÇAO DOS INTERESSADOS AS LISTAS DOS COMPRADORES

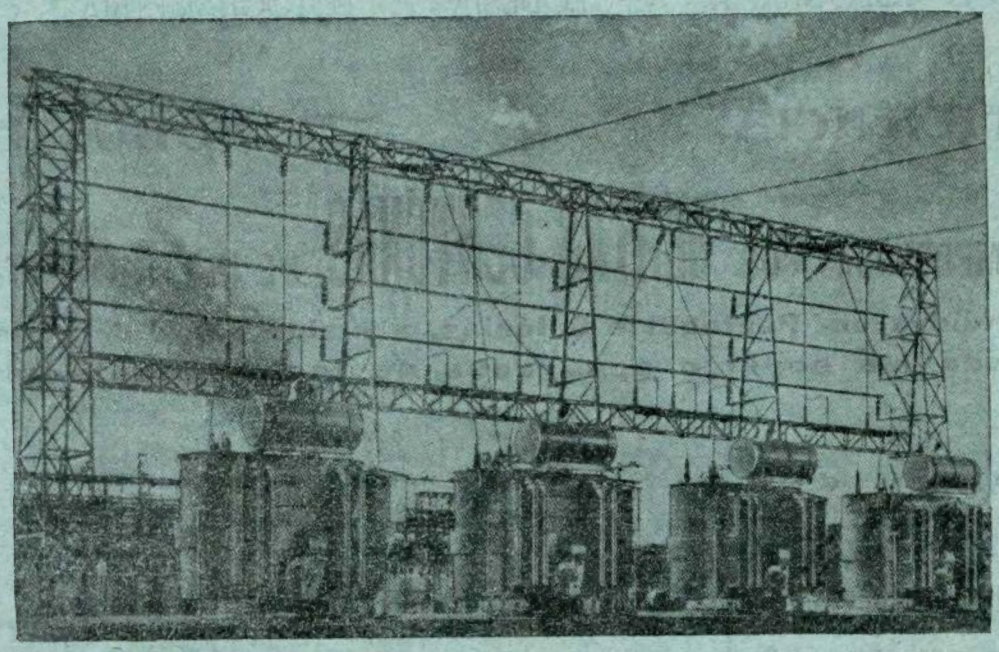
Representantes e Depositários

PIMENTEL & CASQUILHO, L.DA
R. EUGÉNIO DOS SANTOS, 75 TELEF. 2 4314/15 LISBOA

WILD
HEERBRUGG

GENERAL ELECTRIC

Schenectady, N. Y.



Sub-estação ao ar livre de 25.000 KVA, 220.000 volts

Motores e dínamos. Alternadores. Transformadores. Aparelhos para alta e baixa tensão Centrais termo e hidroeléctricas. Instalações para melhorar o factor potência. Tracção eléctrica. Máquinas, Transformadores e Electrodos para soldadura eléctrica. Fornos eléctricos. Automotoras eléctricas e Diesel-Eléctricas. Turbinas de vapor. Aparelhos de iluminação. Instrumentos de medida. Condutores eléctricos. Electrificação de fábricas. Comandos eléctricos especiais para fábricas têxteis, fábricas de papel, etc. Máquinas frigoríficas. Emissores e receptores para T. S. F. Aparelhagem de Electro-Medicina. Instalações de Som.

GENERAL ELECTRIC

Portuguesa, S. A. R. L.

LISBOA

Rua do Norte, 5

Telef. 28135-28136

Fábrica Nacional de Condutores Eléctricos, L.da

VENDA NOVA — AMADORA

•

CONDUTORES ELÉCTRICOS

CEL

Fabricados pela indústria nacional segundo as Normas de segurança das instalações de Baixa Tensão

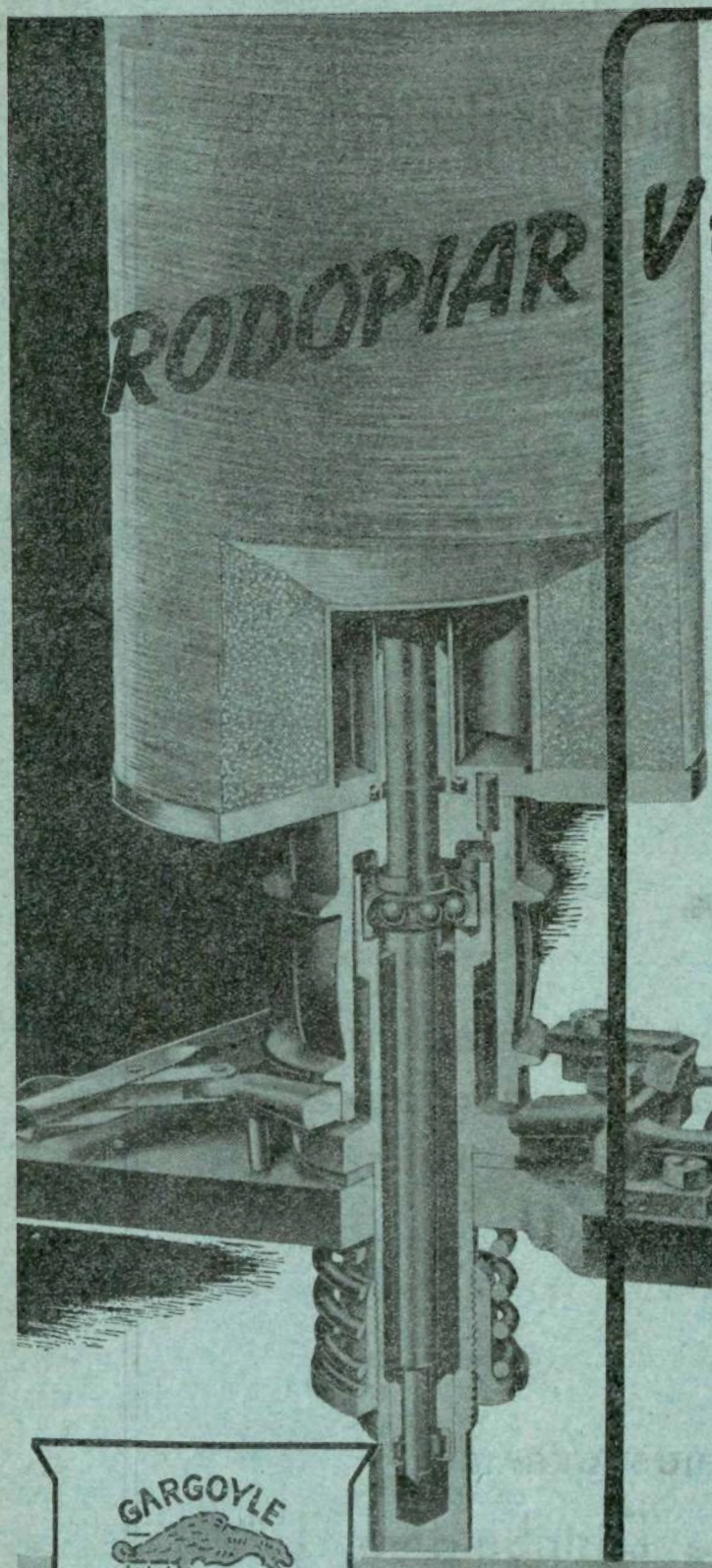
•

CONCESSIONÁRIOS GERAIS:

SODIL — Sociedade Distribuidora, L.da

R. NOVA DA TRINDADE, 15-C

LISBOA



RODOPIAR VERTIGINOSO

Este fuso que se vê em corte, montado sobre rolamentos, gira a 10.000 r.p.m., enquanto as pequenas esferas rodopiam a velocidades vertiginosas. Para assegurar a máxima protecção destas superfícies altamente polidas, necessita-se de um óleo que passe livremente por folgas capilares e não deposite matérias gomosas capazes de "travar" o fuso.

Os óleos "Gargoyle Velocite" satisfazem todos os requisitos. Distribuem-se instantâneamente sobre as superfícies a lubrificar formando películas persistentes que reduzem a fricção ao mínimo possível. A sua estabilidade química elimina a possibilidade de depósitos gomosos.

Os "Gg. Velocite Oils" dão protecção semelhante a fusos de outros tipos. Não deixe de experimentá-los, se quiser obter uma lubrificação mais eficaz e económica, melhorando o rendimento da sua fiação.

GARGOYLE

lubrificantes

SOCONY-VACUUM OIL COMPANY, INC.

combata o atrito com a
LUBRIFICAÇÃO RACIONAL

2137

TÉCNICA

FERNANDO JÁCOME DE CASTRO

DIRECTOR

ANO XXIII - N.º 180 FEVEREIRO 1948

O LIVRO E O MESTRE

PELO DOUTOR MIRA FERNANDES

(PROFESSOR DO I. S. T.)

C. D 37

O grande desenvolvimento das ciências experimentais e o consequente predomínio das suas conquistas, na utilização dos recursos da natureza, coincidiram, no último quartel do século passado, com o início duma campanha acerba contra o livro, como agente de cultura e como instrumento pedagógico. Exumou-se o depreciativo livresco de Montaigne que, além de grande leitor, tinha, dizia ele, uma memória *admiràvelmente infiel;* atributos estes que não conferem uma grande autoridade para desprezar os livros. Condenou-se em todos os tons e a todos os propósitos, a *cultura livresca,* acusando-a de imperfeição e frivolidade. Amesquinhou-se até o valor da erudição, sempre suspeita e com justificadas razões, de ter nos livros os seus principais fundamentos.

Tenho a impressão de que essa campanha vai em declínio. Teria, porventura, bastado, para a demonstração da sua injustiça, a circunstância de serem os meios de maior produção científica aqueles em que mais se lê; mas não devem também ter sido indiferentes ao decréscimo dessa hostilidade contra o livro, as suas características de comodidade e economia, em face do vertiginoso andamento da vida moderna e o progressivo aperfeiçoamento da sua textura didáctica.

É banal dizer-se que a leitura só é útil quando se *sabe ler:* mas também é verdade que, para *saber ler,* é necessário ter lido *muito,* precisamente porque, nesse *muito,* se aprendeu a discriminar a utilidade do que se lê. Do confronto dos textos, diversos na forma, quando o não são na índole, discrepantes no método, embora o não sejam na essência, resulta, para quem lê, a par dum mais completo conhecimento da verdade, a competência crítica que é indispensável a todos os espíritos cultos e, muitas vezes, a revelação de novos conceitos e doutrinas. É da aproximação de ideias, resultante da concorrência de leituras diversas, que procede, frequentemente, a descoberta científica.

Lendo a obra dos grandes mestres, as notas originais em que eles inicialmente expuseram a dedução dum princípio ou a constatação dum facto, avalia-se o vigor da capacidade inventiva, verifica-se o poder criador das teorias, acompanha-se e reconstrói-se a invenção. Por isso, a leitura, quando advertida e consciente, é ainda uma forma de actividade, atributo que principalmente se tem contestado ao saber que nos livros se adquire.

Encontra-se nos livros a ciência do passado; e quantos ensinamentos, além dos próprios factos científicos, nela se não colhem que são proveitosa inspiração da ciência do presente!

É preciso, porém, não esquecer que esta profícua utilização do livro é condicionada, não só pelas suas virtudes, mas também, como atrás se disse, pela competência do leitor. É sobretudo, em condições de cultura relativamente elevadas, com ideias claras dos termos do raciocínio, dos conceitos em que ele se apoia, dos elementos sobre que ele opera, que o espírito pode colher dos bons livros frutuosos benefícios. A imperfeita compreensão dos símbolos ou do significado dos vocábulos, o vago entendimento duma ideia obscura, tendo como consequência o desinteresse, ou uma incompleta satisfação de curiosidade, habituando o espírito a transigências de sinceridade e a negligentes estados de dúvida, são, para quem começa, os grandes perigos da aprendizagem por meio do livro. É sempre necessária uma grande prudência e aturado esforço de reflexão para evitar esses perigos; e, em certos domínios científicos, por exemplo, na parte descritiva das ciências de observação, é impossível prevení-los; porque os termos, em grande número e desacompanhados da imagem de seres ou de fenómenos que se não viram, acabam por não despertar ideias.

Na explanação comentada do mestre, graduada pela cultura e inteligência do auditório, animada pelo exemplo ou pela verificação experimental, realçada pelo destaque das ideias fundamentais e pela oportunidade da crítica, têm os principiantes estímulos de curiosidade, economia de esforço, esclarecimentos de doutrina que a leitura dos bons livros difìcilmente pode dar. A sugestão de novos métodos, a indicação de inexplorados campos de análise, a fecundação de ideias nascentes ou imperfeitas, a advertência oportuna duma superfluidade ou omissão do raciocínio, são proveitos a tirar do convívio dos mestres, mesmo por aqueles que já cultivam a ciência com desembaraço e autonomia. Como iniciação, os ensinamentos do mestre, acentuando o que há de essencial nas teorias, promovem a formação espiritual nas bases mais seguras e perduráveis, despertando impulsos de curiosidade que a leitura só excepcionalmente consegue produzir. Como complemento duma cultura extensa e conscienciosa o auxílio do mestre é, sobretudo, um grande animador da investigação científica, incitando vocações, alentando propósitos, formulando alvitres, dissipando receios.

Há livros que ficam na memória de quem os lê, embora tenham envelhecido as suas doutrinas, sossobrado as suas teorias, delida a oportunidade dos seus propósitos, quebrantado o vigor dos seus assertos, ou mesmo desvanecidos os seus temas por mais seguras normas do entendimento e mais aliciantes aspectos da verdade científica. Gerou-os uma feliz inspiração, foram, no seu tempo, venerados padrões do conhecimento, criaram escola, animaram gerações de estudiosos pela excelência dos seus métodos, pela clareza da sua exposição e pelo encanto da sua leitura. Foram *norma* e foram *matriz*. Dirigiram e proliferaram. Promoveram a curiosidade, desfizeram a dúvida, excitaram a controvérsia, ou reprimiram a polémica; e (tantas vezes!) foram o gérmen de teorias opostas, abriram novas derrotas do pensamento, criaram o próprio algoz da sua presumida estabilidade doutrinária! Morreram! Mas comofoi grande a fecundidade da sua existência! E todos nós conhecemos alguns para os quais, um simples gesto de audácia, a fácil desistência de um preconceito, o oportuno encontro de duas ideias afins teriam assegurado uma vida muito mais longa; e não direi eterna porque tudo o que é humano é contingente e precário.

A memória dos mestres, dos seus ensinamentos, do seu método, do brilho da sua exposição, do rigor do seu raciocínio, do encanto do seu trato, da pujança do seu talento, da sua devoção profissional e do seu poder de convicção, não pode ter a mesma perdurabilidade. As gerações que o ouviram e mais duas ou três que, por tradição, engrandecem e celebram as suas virtudes e o seu engenho, levam para o túmulo a lembrança da sua passagem no mundo. O que deles fica é o que deixaram escrito, como criação, ou como comentário: uma ideia nova, uma síntese feliz, uma afirmação de génio, ou um clamor de

humanidade! Se não fora a devoção solícita e diligente de Platão, pouco restaria hoje da memória de Sócrates. Mas isso não quer dizer que a magestosa sumptuosidade espiritual dos *Diálogos* seja, sem desluzimento, a rigorosa expressão das suas lições.

No convívio do mestre, quando ele se oferece sem reservas e se cultiva sem tibieza nem acanhamento, esclarecem-se oportunamente as dúvidas, sem hesitações nem falsas derrotas do raciocínio; e, na mesma insistência da exposição, acentuam-se os conceitos fundamentais da matéria versada, marcos miliários de toda a doutrina.

Essa graduação dos valores do texto pode conseguir-se nos bons livros, com perfeição quase completa; mas aquele esclarecimento de dúvidas, em geral, individuais, variáveis no seu objecto e na sua intensidade, cuja existência o autor do livro não pode prever, só o trato do mestre o pode, em regra, alcançar.

O dizer do livro traduz o pensamento e a atitude espiritual do seu autor na hora em que o escreveu; o dizer do mestre, expondo ou esclarecendo, é também condicionado pelo seu estado de espírito: anima-se ou debilita-se com o interesse da matéria e do auditório; avigora-se na constatação da sua capacidade de convencer, ou entibia-se na dúvida da proficuidade do seu esforço. O dizer do livro só pode ser aperfeiçoado em futuras edições; o do mestre pode e deve sê-lo a cada instante, com a sinceridade e modéstia que a nobreza da missão não dispensa. E se o primeiro tem a seu favor o desvelo e a tranquilidade em que, porventura, foi gerado, o segundo engrandece-se com a permanente reacção de quem escuta e exalta-se na mesma instabilidade do ambiente.

Claro está que, no meu comentário, viso apenas o bom livro e o bom professor. Ambos eles têm funções que, sem serem, talvez, discrimináveis por uma incontroversa nitidez de fronteiras, são, no entanto, inconfundíveis na sua acção e nos seus méritos.

MOTOR DE AR QUENTE

PELO ENG.º MECÂNICO DO I. S. T. ANTONIO GOUVÊA PORTELA
(Assistente do I. S. T.)

C. D. 621 4

O motor de ar quente foi concebido pela primeira vez em 1816 pelo Rev. Robert Stirling, mas não teve até hoje qualquer interesse prático embora alguns motores tivessem sido construídos em meados e fins do século passado.

A leitura de determinada revista da especialidade trouxe ao nosso conhecimento que estava em estudo na Inglaterra um motor de ar quente, constituindo objectivo final dos trabalhos em curso a comercialização deste tipo de máquinas.

É assim que uma ideia velha, de mais de cem anos, retoma actualidade e interesse.

Não conhecemos na literatura da especialidade qualquer referência ao ciclo termodinâmico em que assente o princípio do funcionamento desta máquina e por isso julgámos ser oportuno publicar estas breves notas.

I — *Descrição do funcionamento do motor de ar quente*

O motor é constituído por dois cilindros 1 e 2, e respectivos êmbolos, ligados permanentemente, entre si, através de um dispositivo R que designaremos *regenerador* (fig. 1).

O cilindro 1 constitui a fonte quente de temperatura T_1 e é aquecido exteriormente de modo a manter constante essa temperatura.

O cilindro 2 constitui a fonte fria de temperatura constante T_2 e, de um modo semelhante, é arrefecido.

O regenerador *R* é um dispositivo através do qual o fluido termodinâmico, que preenche todo o volume da máquina, passa, quer de 1 para 2, quer no sentido inverso e tem as seguintes propriedades:

— Não tem perdas por irradiação.

— Permite o estabelecimento através dele de um gradiante de temperaturas começando junto do cilindro 1 e terminando no cilindro 2.

— Este gradiante não é alterado pela passagem do fluido.

— As trocas de calor entre R e o fluido supõem-se efectuadas de uma forma perfeitamente reversível.

Finalmente, vamos admitir que o volume de gases retidos nas condutas que ligam o

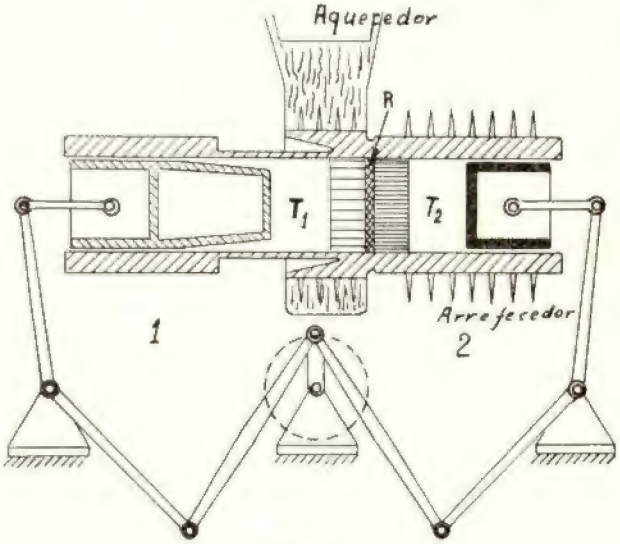


Fig. 1

regenerador aos cilindros, no regenerador e ainda nos espaços formados pelos êmbolos e o fundo dos cilindros, quando aqueles estão no ponto morto superior, são desprezíveis em relação ao volume deslocado pelos êmbo-

los. Esta última condição será referida daqui para diante dizendo que o espaço nocivo é nulo.

Não há além das fontes T_1, T_2, e R outras com os quais o fluido troque calor. Os êmbolos 1 e 2 estão ligados a dispositivos mecânicos de modo a realizar os movimentos conjugados que vamos descrever. Para simplificação, vamos supor que os dois êmbolos têm cursos e diâmetros iguais e designaremos por V_T o volume deslocado por qualquer dos dois êmbolos.

Suponhamos então que o êmbolo 1 está no ponto morto superior (P. M. S.) e o êmbolo 2 está no ponto morto inferior (P. M. I.). O fluido está portanto todo em 2 e verificar-se-hão os seguites tempos:

1.º Tempo:

O êmbolo 2 desloca-se, aproximando-se do (P. M. S.), permanecendo o êmbolo 1 parado (fig. 2). Nestas condições, o fluido foi comprimido passando a ocupar um volume

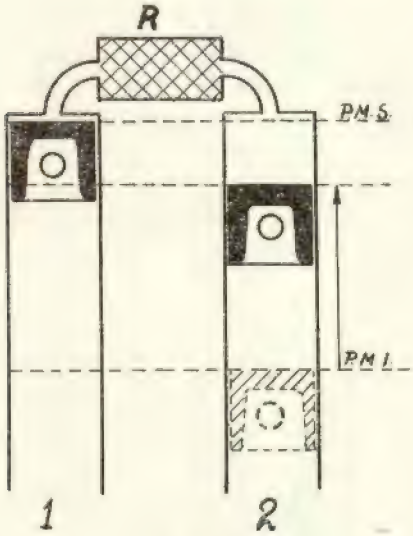


Fig. 2

V_p no cilindro 2. Esta compressão seria adiabática, $dQ = 0$, e a temperatura subiria, se entre o fluido e as paredes do cilindro não se verificassem trocas de calor. Mas se, pelo contrário, admitirmos que a condução desse calor se faz de um modo perfeito, será a temperatura do fluido igual à das paredes do cilindro e, assim, teremos um arrefecimento do fluido que cede uma quantidade de calor dQ_2 à fonte fria cuja temperatura se mantem constante e igual a T_2.

Como admitimos que o espaço nocivo era nulo, não há fluido acumulado no regenerador, condutas, etc.

2.º Tempo:

O êmbolo 2 continua o seu movimento até atingir o P. M. S., mas agora 1 desloca-se em sentido inverso de modo a manter constante o volume total V_p (fig. 3).

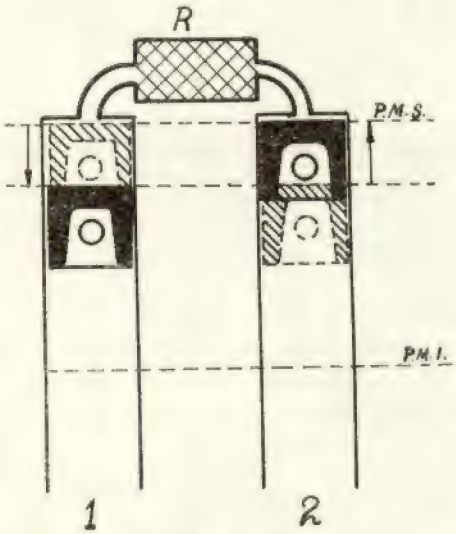


Fig. 3

Isto traduz-se na passagem de todo o fluido do cilindro 2 para o cilindro 1 através do regenerador R.

O fluido vindo de 2, com uma temperatura T_2, recebe do regenerador uma quantidade de calor dQ_R de modo a entrar em 1 com a temperatura T_1.

3.º Tempo:

O êmbolo 1 continua a deslocar-se até atingir o P. M. I. e 2 mantem-se parado no P. M. S. (fig. 4). Verifica-se uma expansão, pois o volume inicialmente igual a V_p passa a V_T. Como no primeiro tempo, esta expansão faz se isotèrmicamente à temperatura

T_1 recebendo para isso o fluido uma quantidade de calor dQ_1 do cilindro 1 que

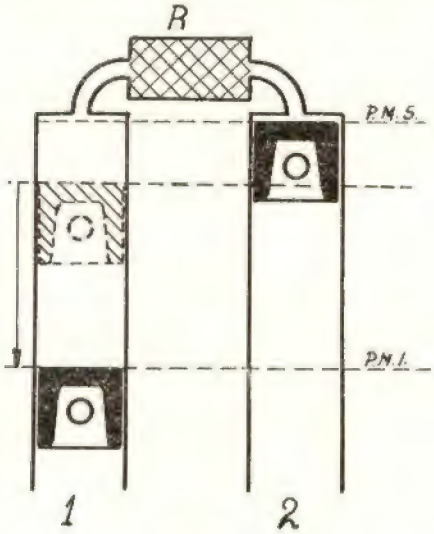


Fig. 4

funciona de fonte quente à temperatura T_1.

4.º Tempo:

O êmbolo 1 desloca-se de P.M.I. para P.M.S., enquanto que o cilindro 2 efectua um movimento inverso e, de tal modo são conjugados estes movimentos, que o volume

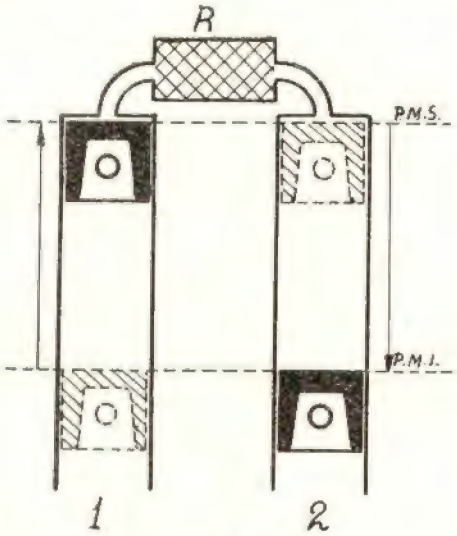


Fig. 5

total do fluido permanece constante e igual a V_T passando o fluido do cilindro 1 para o cilindro 2 (fig. 5).

O regenerador recebe o fluido à temperatura T_1 vindo de 1 e envia-o para 2 à temperatura T_2.

Deste modo R recebe uma quantidade de calor dQ''_R do fluido.

II — *Representação gráfica do ciclo termodinâmico do motor de ar quente*

Vamos passar a representar o ciclo anteriormente descrito nos diagramas usados em termodinâmica: p v, T S, H S.

Para facilitar a representação nos diagramas acima referidos, vamos admitir as seguintes hipóteses que, em coisa alguma, restringem o âmbito das conclusões:

— O fluido é um *gás perfeito* e assim os dois últimos diagramas (T, S e H, S) confundem-se num só.

— Os diagramas são traçados, não para a massa unitária, mas sim para massa *m* de fluido que realmente evolui.

— No diagrama p, v os volumes não são os volumes específicos, mas sim o produto destes pela massa *m*, isto é, são os volumes reais.

Vejamos então a representação dos diversos tempos que constituem o ciclo (fig. 6 e fig. 7).

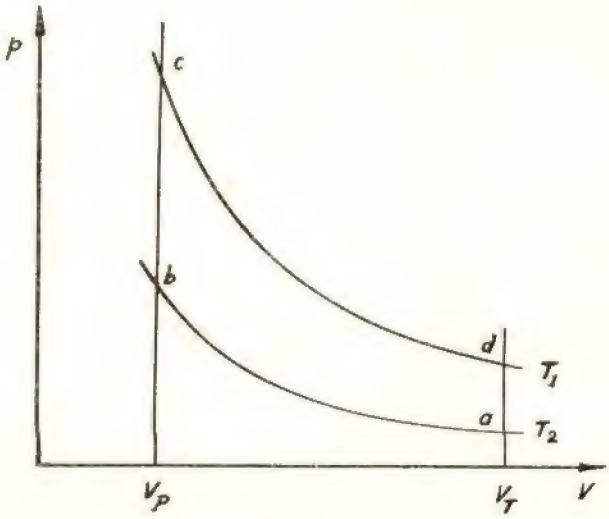


Fig. 6

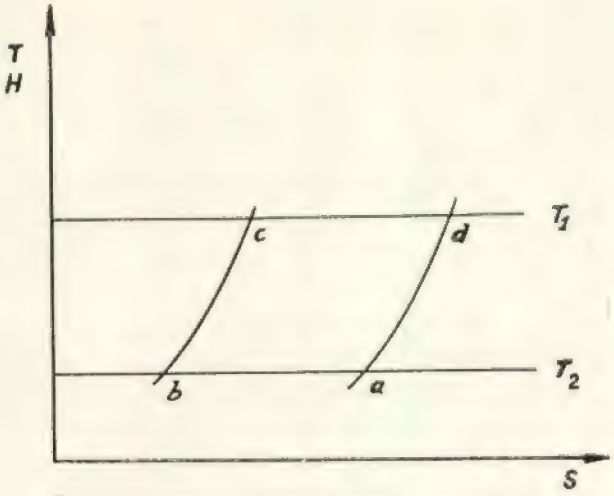


Fig. 7

1.º Tempo:

O estado inicial do fluido é *a*, e o volume inicial $V_a = V_T = m\ v_T$ sendo v_T o volume específico em *a*. Sendo p_a a pressão em *a*, teremos a seguinte igualdade:

$$p_a \cdot V_T = R.\ m.\ T_2\ .$$

Durante o primeiro tempo, o fluido é comprimido isotèrmicamente até que o volume seja reduzido a V_p.

A quantidade do calor posta em jogo será:

$$\Delta\ Q_{ba} = \int_a^b dQ = \int_a^b T\,dS = E \int_a^b p\,dV$$

porque $dU = o$, para $dT = o$, e como $p\ V = m\,.R\,.T = m\ R\ T_2$.

Será:

$$\Delta\ Q_{ba} = E\,.\int_a^b m\,.\,R\,.\,T_2 \frac{dV}{V} = E\,.\,m\,.\,RT_2\ \mathrm{Log}\frac{V_b}{V_a}$$

e finalmente:

$$\Delta\ Q_{ba} = -\ E\ m\,.\,R\,.\,T_2\ \mathrm{Log}\frac{V_T}{V_p}$$

Sendo:

E — o equivalente calorífico do kg . m.

R — a constante do gás perfeito.

$\Delta\ Q_{ba} =$ representa, assim, o calor cedido à fonte fria.

2.º Tempo:

O fluido é transferido do cilindro 2 para o cilindro 1 mantendo-se o volume constantemente igual a V_p. A temperatura subirá de T_2 para T_1 sendo o *Regenerador* quem fornece o calor necessário o qual é dado pela seguinte expressão:

$$\Delta\ Q_{cb} = \int_b^c m\,.\,C_v\ dT = m\,.\,C_v\,.\,(T_c - T_b) =$$
$$= m\ C_v\ (T_1 - T_2)$$

sendo C_v o calor específico do fluido a volume constante.

E $\Delta\ Q_{cb}$ representará o calor recebido pelo fluido do Regenerador.

3.º Tempo:

É representado por uma expansão a temperatura constante que se verifica no cilindro 1.

A quantidade de calor, como no 1.º Tempo, será dada pela expressão:

$$\Delta\ Q_{dc} = +\ E\ m\ R\ T_1\ \ \mathrm{Log}\ \frac{V_T}{V_p}$$

Representa o calor recebido pelo fluido na fonte quente.

4.º Tempo:

O fluido ocupando o volume V_T é transferido a volume constante do cilindro 1 para 2 através do Regenerador e troca com ele a seguinte quantidade de calor:

$$\Delta\ Q_{ad} = -\ m\,.\,C_v\ (T_1 - T_2)$$

A primeira conclusão importante a tirar, está na igualdade, e nos sinais contrários de $\Delta\ Q_{sd}$ e $\Delta\ Q_{cb}$, o que significa ter, no fim dum ciclo completo de transformações, o Regnerador a mesma quantidade de calor que possuía de início.

Esta conclusão permite, por outro lado, estabelecer as condições a que deve satisfazer um bom Regenerador.

— Deverá trocar fàcilmente calor com o

fluido, ou seja, deverá ter uma apreciável superfície de contacto.

— Deverá manter constante o gradiante de temperaturas já referido, o que se consegue:

a) Fazendo o Regenerador de uma substância má condutora do calor;

b) Dando ao Regenerador uma *capacidade calorífica* apreciável em relação à do fluido, de forma a que as trocas de calor não afectem a temperatura daquele.

— As perdas de irradiação deverão ser mínimas, isolando-se convenientemente o Regenerador para esse efeito.

— A massa do Regenerador deverá ser compacta para que os espaços nocivos sejam diminutos.

A revista já referida informa que hoje se constróiem regeneradores com um rendimento global de 95 %.

Das expressões deduzidas pode ainda determinar-se o rendimento, e o trabalho produzido.

III — *Rendimento do ciclo termodinâmico*

Em rigor, a noção de rendimento só pode ser estabelecida entrando em linha de conta com todas as fontes de calor que intervêm no ciclo.

Porém, como o Regenerador, ao cabo dum ciclo completo de transformações, atinge o estado inicial com reintegração do calor cedido e, como por outro lado, a fonte quente T_1 é a única cujo estabelecimento e manutenção é onerosa para o homem, vamos determinar o rendimento, estabelecendo a relação entre a energia transformada em trabalho neste dispositivo e as calorias fornecidas pela fonte quente.

A fonte fria tambem terá de ser estabelecida e mantida, simplesmente, a um preço muito inferior, depresível, em relação ao da fonte quente, porque a temperatura é a do ambiente e a capacidade calorífica desta fonte é infinita e grátis para o homem.

Assim o rendimento é:

$$\mu = \frac{\Delta_{ba} + \Delta_{cb} + \Delta_{dc} + \Delta_{ad}}{\Delta Q_{dc}} =$$

$$= 1 - \frac{E\ m\ R\ T_2\ \mathrm{Log}\,\frac{V_T}{V_P}}{E\ m\ R\ T_1\ \mathrm{Log}\,\frac{V_T}{V_P}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

A expressão do rendimento permite tirar uma conclusão surpreendente: o rendimento do ciclo é dado por uma expressão igual à do ciclo de Carnot-Clausius que é, como se sabe, o de rendimento máximo para duas temperaturas dadas.

Este facto resulta apenas da intercalação do Regenerador de calor entre os cilindros 1 e 2 e deste dispositivo conseguir manter um gradiante de temperaturas através da sua massa.

Este regenerador é, como concepção, semelhante aos dispositivos utilizados hoje nas centrais de vapor de alto rendimento e que se utilizam no aquecimento da água de alimentação das caldeiras; aliás, também se designam por regeneradores de calor. Como se sabe, estes regeneradores de calor permitem fazer funcionar o ciclo de Rankine com um rendimento igual ao do ciclo de Carnot correspondente.

Voltando novamente à expressão do rendimento, $\mu = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, recordamos que T_2 é fixado pela temperatura ambiente e portanto o rendimento só pode ser aumentado à custa da elevação T_1 que por sua vez está limitada pela qualidade dos materiais de que são feitos os cilindros e os êmbolos.

Tomando por base uma temperatura de fonte fria $T_2 = 60°$ C e dando diversos valores à temperatura da fonte quente obtemos os seguintes rendimentos teóricos

$T_1 = 200°$ C —— $\mu = 29{,}5$ %
$= 400°$ —— $= 50{,}5$ »
$= 600°$ —— $= 61{,}8$ »
$= 800°$ —— $= 69{,}0$ »

Com os materiais de que se dispõe hoje a temperatura da fonte quente será vizinha dos 600° e não será muito difícil atingir os 800°. Nestas condições o rendimento estará compreendido sensìvelmente entre 60 70 %.

Sociedades Reunidas de Fabricações Metálicas, Ld.ª

CONSTRUÇÕES METÁLICAS

Uma das 2 comportas de segmentos fabricadas para a Sociedade Portuguesa Neyret-Beylier & Piccard-Pictet, Ld.ª, e destinada ao descarregador de cheias da barragem de Santa Luzia, da Companhia Eléctrica das Beiras

FÁBRICAS DA VENDA NOVA

Rua Vice-Almirante João António de Azevedo Coutinho

AMADORA

Telefone: VENDA NOVA 48

AUTOMÁTICA ELÉCTRICA PORTUGUESA

S. A. R. L.

Séde — RUA ANTÓNIO MARIA CARDOSO, 60
Fábrica — RUA DO TELHAL AOS OLIVAIS } LISBOA

associada da

AUTOMATIC TELEPHONE & ELECTRIC Cº LTD.

LONDRES LIVERPOOL

Sistema de Telecomunicação e de Sinalização por correntes fracas

Aparelhagem telefónica automática «STROWGER» mundialmente conhecida — para grupos de redes completos ou centrais isoladas. ◆ Telefones de sistema manual e aparelhagem das respectivas estações. ◆ Sistema de transmissão telefónica por «alta frequência», simples ou múltiplos, e aparelhagem acessória. ◆ Cabos telefónicos e aparelhagem acessória — Interurbanos. Regionais e locais. ◆ Instalações de vigilância e contrôle a distância. ◆ Telefones e sinalização para minas. ◆ Aparelhos «ELECTROMATIC» reguladores de tráfego de veículos e outra aparelhagem.

Fornecedores: Da *Administração Geral dos Correios, Telégrafos e Telefones:* para a automatização do sistema telefónico do País.

Do *Ministério das Colónias:* para a automatização do sistema telefónico das cidades de Luanda, Lourenço Marques, e Beira.

Da *Companhia dos Telefones:* para a rede telefónica das cidades de Lisboa e Porto.

Ainda da expressão do rendimento podemos concluir que, se as duas temperaturas T_1 e T_2 se mantiverem constantes, o rendimento do ciclo é, teòricamente, independente da carga. Esta circunstância tem um enorme interesse nas aplicações práticas porque a carga máxima só raras vezes será atingida na utilização normal de uma máquina térmica.

IV — *Trabalho fornecido em cada ciclo motor*

O trabalho fornecido em cada ciclo motor será dado por

$$\Delta \mathscr{E} = L\,(\Delta Q_{ba} + \Delta Q_{cb} + \Delta Q_{dc} + \Delta Q_{ad}) =$$

$$= L\,.\,E\,.\,R\,m.\,(T_1 - T_2)\,\mathrm{Log}\,\frac{V_T}{V_P} =$$

$$= m\,R\,(T_1 - T_2)\,\mathrm{Log}\,\frac{V_T}{V_P}$$

sendo L o equivalente mecânico da caloria, e portanto $L\,E = 1$.

Desta expressão se conclui que para fazer variar o trabalho produzido em cada ciclo, é forçoso actuar na massa *m* do fluido que evolui, porque não convém alterar as temperaturas das fontes de calor, para que o rendimento seja sempre igual e máximo e ainda porque a relação $\frac{V_T}{V_P}$ é dada por construção.

O processo é aliás, muito simples, e há vários métodos práticos para fazer variar a quantidade de fluido que evolui na máquina.

V — *Determinação do trabalho máximo*

Vamos agora estudar a variação do trabalho $\Delta \mathscr{E}$ entrando em linha de conta, além da massa *m*, com o $\mathrm{Log}\,\frac{V_T}{V_P}$, porque muito embora $\frac{V_T}{V_P}$ seja perfeitamente definido uma vez a máquina construída, interessa contudo determinar o seu valor ao fazermos o seu projecto.

Para este fim teremos de fazer intervir um novo parâmetro, a pressão máxima do ciclo, que vai permitir escolher o valor de $m \log \frac{V_T}{V_P}$ de forma a obter-se o *trabalho máximo*.

Antes porém de estabelecer os dados do problema que nos propomos resolver, lembramos que o custo de uma máquina de determinado tipo, vai ser, em primeira aproximação, proporcional às suas dimensões.

Ora o volume V_T é o parâmetro mais conveniente para definir essas dimensões, não obstante a *pressão máxima* do ciclo intervir preponderantemente na fixação das espessuras a adoptar e consequentemente no preço da máquina. Contudo, chamamos a atenção para o facto da *pressão máxima* ser exactamente um dos dados do problema e por consequência é fixada de antemão.

V_T será pois, pràticamente, uma grandeza linearmente proporcional ao custo da máquina e como, no fim deste estudo, vamos estabelecer o confronto com os motores usuais, será necessário fixar desde já o seu valor.

Resumindo os dados do problema são:

— As duas temperaturas T_1 e T_2 das fontes de calor.

— Um ciclo que funciona conforme tivemos a ocasião de expor.

— O volume V_T da máquina.

— A pressão máxima admitida — esta pressão verifica-se no ponto *C* e tem o valor p_c.

O trabalho em kg m produzido em cada ciclo é como vimos

$$\Delta \mathscr{E} = m\,.\,R\,.\,(T_1 - T_2)\,.\,\mathrm{Log.}\,\frac{V_T}{V_P}$$

R, T_1, T_2 e V_T são conhecidos, o trabalho máximo será dado pelo máximo de $m\,\mathrm{Log}\,\frac{V_T}{V_P} = \eta$

e basta agora procurar o máximo de η (m) e teremos:

Exprimindo $\frac{V_T}{V_P}$ em função dos valores

conhecidos e de m:

$$\frac{V_T}{V_P}=\frac{p_c}{p_d}=\frac{p_c}{p_a\cdot\frac{T_1}{T_2}}=\frac{p_c}{\frac{T_1}{T_2}\cdot\frac{R\ T_2\cdot m}{V_T}}=\frac{p_c V_T}{T_1 R}\cdot\frac{1}{m}$$

Substituindo $\frac{V_T}{V_P}$ em m Log $\frac{V_T}{V_P}$,

teremos

$$\eta=m\ \mathrm{Log}\left[\frac{1}{m}\times\frac{p_c V_T}{T_1 R}\right]$$

onde a única grandeza variável é a massa m

$$\eta'=m\times\frac{-1}{m}+\mathrm{Log}\frac{p_c V_T}{T_1 R}-\mathrm{Log}\ m=0$$

Donde

$$\mathrm{Log}\ m=\mathrm{Log}\frac{p_c V_T}{T_1 R}-1=\mathrm{Log}\frac{p_c V_T}{T_1 R e}$$

e

$$m=\frac{p_c V_T}{T_1 R e}$$

sendo e a base dos Logaritmos Neperiamos.

Derivando uma segunda vez obtemos $\gamma''=\frac{-1}{m}$ que é essencialmente negativo pois m, a massa, é sempre um número positivo, donde se conclui que o valor achado é um máximo.

Uma vez conhecida a massa m que permite obter a energia máxima do ciclo resta calcular V_P ou melhor a relação $\frac{V_T}{V_P}$, correspondente, uma vez que esta relação é necessária ao estabelecimento dos dispositivos mecânicos que deverão accionar os êmbolos.

Assim,

$$V_P=\frac{m\ T_1 R}{p_c V_P}$$

e substituindo m pelo valor já determinado

$$m=\frac{p_c V_T}{T_1 R e},$$

teremos:

$$\frac{V_T}{V_P}=e=2{,}718\ \ldots$$

Quer dizer: à taxa de compressão $\left(\frac{V_T}{V_P}\right)$, que é igual à taxa de expansão, é *constante* e igual $e=2{,}718\ldots$

Esta conclusão é muito importante porque mostra que $\frac{V_T}{V_P}$ é independente de todos os dados do problema: Volume da máquina, temperatura das fontes, pressão máxima escolhida e finalmente da massa m que evolui.

A expressão do trabalho pode também simplificar-se pois $\mathrm{Log}\frac{V_T}{V_P}=1$ para $\frac{V_T}{V_P}=e$ e teremos:

$$\Delta\mathscr{E}=R\,.\,m'\,.\,(T_1-T_2)=R\,T_1\,m'\mu$$

sendo

$$m'\leq\frac{p_c V_T}{T_1 R e}$$

e

$$\Delta\mathscr{E}\max=R\,.\,\frac{p_c V_T}{T_1 R e}\,.\,(T_1-T_2)=\frac{p_c V_T}{e}\times\mu\,.$$

expressões muito simples e verdadeiras para $\frac{V_T}{V_P}=e$.

Sendo μ o rendimento do ciclo.

A aplicação, das expressões deduzidas, a um exemplo concreto ilustrará o que acabamos de afirmar e permitirá efectuar a comparação com um motor de explosão cujas características são mais conhecidas.

Dados:

Temperatura de Fonte Quente	$T_1=600°$ C	$=873°$ k.
Temperatura de Fonte Fria...	$T_2=60°$ C	$=333°$ k.
Pressão máxima admitida.....	$P_c=10$ kg/cm²	$=10^5$ kg m²
Volume deslocado por um êmbolo	$V_T=1$ litro	$=0{,}001$ m³

e

$$\Delta\mathscr{E}=\frac{p_c V_T}{e}\,.\,\mu$$

μ já vimos ser igual a 61,8 % para $T_1=600°$ e $T_2=60°$

$$\Delta\mathscr{E}=\frac{P_c W_T}{e}=22\ \textit{Kgm}\ \text{por}\ \textit{ciclo}$$

A potência para *2.000* ciclos por minuto será: $P=\frac{\Delta\mathscr{E}\times n}{75\times 60}=$ ou $P=\underline{\underline{98\ \text{cv}}}$

Esta potência deverá ser comparada com a de um motor de explosão a 4 tempos, de *2 l* de cilindrada, porque o motor de ar quente tem dois cilindros para um deslocamento individual de $V_T = 1$ litro.

Como a potência calculada é teórica vamos afecta-la de um coeficiente prático igual a *0,4* o que significa admitir que *60 %* da energia computada teóricamente é perdida em irradiação, atritos etc, o que é manifestamente exagerado.

Mesmo assim a Potência seria 39,2 ~ *40 Cv*

A Potência por litro de cilindrada seria *20 Cv*

A Pressão média efectiva seria

$$p_m = \frac{P \times 2 \times 60 \times 75}{n \times \underbrace{\frac{n\,D^2}{u} \times s}_{V_T}} = 9 \text{ Kg/cm}^2$$

Quem estiver familiarizado com estes índices compreenderá as vantagens manifestas oferecidas por este ciclo termodinâmico.

Outras vantagens possuem estes motores:

— A queima do combustível faz-se externamente o que permite empregar não só combustíveis líquidos e gasosos mas também sólidos.

— O fluido funciona em circuito fechado e portanto não está sujeito a contaminações e poderá ser um gás diferente do ar.

— O motor não tem válvulas, nem, por conseguinte, mecanismo para as comandar.

Os principais inconvenientes são:

— Dificuldade de uma boa transmissão de calor entre as paredes dos cilindros e o fluido motor por falta de área de contacto entre aqueles e este. Isto traduz-se nas isotérmicas degenerarem em adiabáticas. Este facto é principalmente de temer para um número de rotações elevado.

— Realização prática da fonte quente. O cilindro deverá ser aquecido por gases que o banham exteriormente de forma a manter uma temperatura vizinha dos 600°. Daqui resulta que toda a energia calorífica contida nos gases, abaixo dessa temperatura, não é utilizável no ciclo.

Poderia esta energia calorífica ser, em parte, recuperada fazendo passar por um *recuperador* de calor, em contra corrente, os gases quentes vindo do motor e o ar frio que alimenta a combustão, transferindo-se assim o calor dos primeiros para o segundo.

— Os dispositivos mecânicos que movimentam os êmbolos vão ser complicados e nunca realizarão de um modo perfeito os quatro tempos descritos anteriormente.

Terminada a exposição, e demonstrada teòricamente as vantagens incomparáveis deste ciclo, ocorre-nos preguntar:

¿ Quantos anos vão levar os engenheiros ingleses que trabalham neste problema, a realizar uma máquina de ar quente que possa concorrer com as restantes máquinas térmicas?

REFERÊNCIA:

Automobile Engineer — October 1947

2.° CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA[1]

LISBOA — PORTO

JUNHO DE 1948

A notícia da realização do 2.° Congresso Nacional de Engenharia em Junho de 1948, embora assinada pela Comissão Organizadora com data de Julho de 1947, só foi dada a conhecer oficialmente no n.° 45 — Setembro de 1947 — da Revista da Ordem dos Engenheiros, que foi distribuído no mês de Outubro seguinte.

Primeiramente estava previsto que o Congresso se realizasse no ano de 1949, mas razões que não são para tratar agora forçaram a sua antecipação.

O tempo de que nós, todos os chamados a colaborar no Congresso, dispomos para esse efeito é evidentemente muito curto, mas isso não deve ser desculpa para não contribuirmos com todo o nosso esforço, e «tendo em consideração o elevado grau de aperfeiçoamento científico e técnico que a engenharia portuguesa tem atingido nos últimos anos», como ficou escrito na página 435 do número da mesma Revista acima citado, isso deve ser estímulo a provar que é verdade, não nos recreando sómente na contemplação das glórias obtidas, o que seria indício de caducidade, mas mostrando-nos exigentes connosco próprios procurando melhorar as nossas qualidades e corrigir os nossos defeitos, desde a preparação com que os novos se apresentam às Escolas de Engenharia, até às realizações dos Engenheiros no exercício da sua profissão e nas suas relações com as outras formas de actividade com que temos de colaborar, passando pelo sector tão importante da forma e condições em que o ensino da Engenharia, e preparação dos Engenheiros para o desempenho das missões que há direito a exigir-lhes, é feito nas nossas duas escolas superiores de Engenharia.

Apresentemo-nos todos, pois, no Congresso, com um espírito de sã crítica construtiva. A par dos ensinamentos que iremos colher, tomaremos consciência de «quanto valemos», para que o exame dos nossos defeitos nos sirva para os corrigir, mostrando que a vitalidade da nossa Engenharia é a de um organismo novo, capaz de evoluir, aperfeiçoando-se.

A Comissão de Propaganda

---

(1) O Regulamento do Congresso foi publicado no número 179 da «Técnica» de Janeiro de 1948 (págs. 719-721).

MOAGEM

PELO ENG. QUÍMICO-INDUSTRIAL LUÍS A. DE ALMEIDA ALVES
Assistente do I. S. T.

C. D. 664.72

Introdução

O problema da moagem pertence à categoria dos que não se dominam com facilidade, por ser impossível precisar, com rigor, certos dados que intervêm nos fenómenos que se consideram. Nestas condições, vamos orientar o estudo, examinando, em pormenor, o seu mecanismo, e deduzir, a partir desse exame, relações quantitativas cujo objectivo é, simplesmente, estabelecer certas leis gerais. Essas relações serão, evidentemente, afectadas de coeficientes aproximados, mas os resultados serão da ordem de grandeza dos valores utilizados na prática. Atendendo, porém, a que a exactidão que se consegue não é muito grande, convém sempre comparar os resultados obtidos com valores que já tenham sido verificados.

CAPÍTULO I

TEORIA

Por definição, a moagem de uma dada substância consiste em reduzir as partículas de determinado volume a outras de volume inferior o que, naturalmente, se consegue por fractura dessas partículas submetendo-as a esforços tais que dêem origem a fadigas superiores às cargas de rotura. Analisando os diferentes esforços estudados em Resistência de Materiais é fácil concluir que não é cómodo reduzir o tamanho das partículas de grandes quantidades de substâncias, pelo emprego de esforços de tracção, de flexão ou de torsão e que, de facto, os únicos esforços utilisáveis são os de compressão e de corte.

O problema da moagem fica, deste modo, reduzido ao estudo da fractura por compressão ou corte o que restringe, imediatamente, o âmbito da questão [1].

Deve notar-se que a compressão e o corte actuam simultâneamente, sem haver possibilidade de separar os dois esforços; por isso, para poder estudar o problema, ter-se-á de admitir, grosseiramente, que a fractura é ocasionada só por esforços de compressão.

Consideremos, então, um cubo de uma substância qualquer submetido a uma compressão, por meio de dois planos aplicados em duas faces opostas.

Admitindo que não existem planos de clivagem e que o cubo é isótropo, a fractura deverá efectuar-se, lògicamente, segundo as

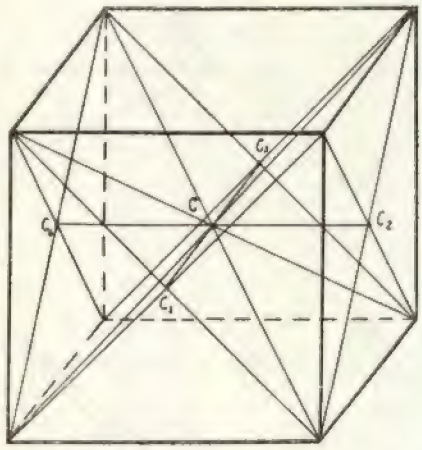


Fig. 1

diagonais do cubo e as diagonais das faces laterais (fig. 1).

---

[1] Quando uma partícula está sujeita a tensões internas pode partir por choque, para uma carga inferior à carga de rotura à compressão ou corte, mas, como este caso é mais favorável para a moagem pode ser considerado dentro do caso geral.

Sendo assim, resultarão, da fractura, 14 poliedros que são os seguintes:

1) Duas pirâmides quadrangulares que se obtêm unindo os vértices das bases superior e inferior do cubo, com o centro (fig. 2).

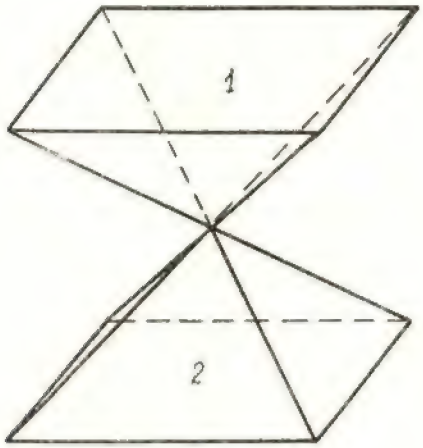


Fig. 2

2) Quatro poliedros de 6 faces que se obtêm unindo os vértices situados nos extremos das arestas verticais com os centros das duas faces adjacentes, e o centro do cubo com estes quatro pontos (fig. 3).

3) Oito tetraedros irregulares que se obtêm unindo os vértices situados nos extremos das arestas horizontais com o centro da face a que pertencem, e o centro do cubo com estes três pontos (fig. 4).

Na prática, acontece, porém, que, nem as partículas são cúbicas nem os esforços se exercem com regularidade e, deste modo, em vez de 14 poliedros obter-se-ão n pedaços de formas quaisquer. Cada um desses n pedaços submetido a nova compressão, tornará a subvidir-se num certo número de

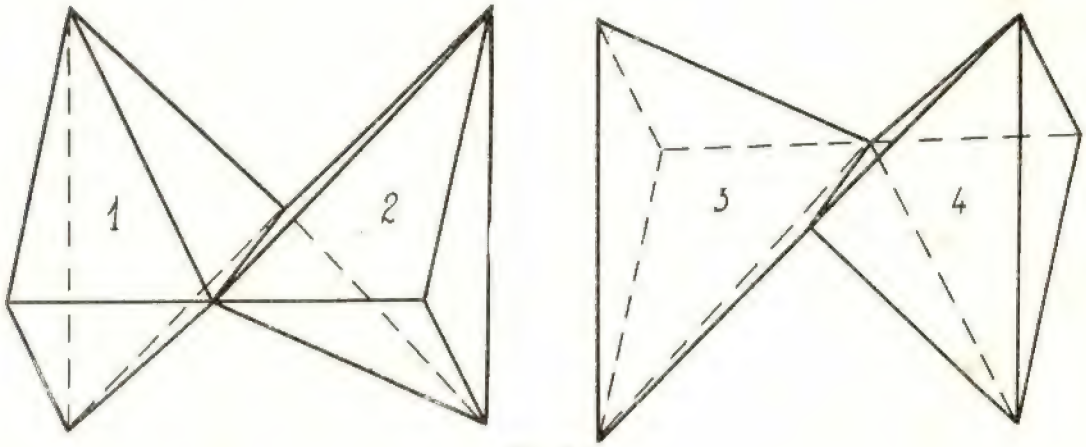


Fig. 3

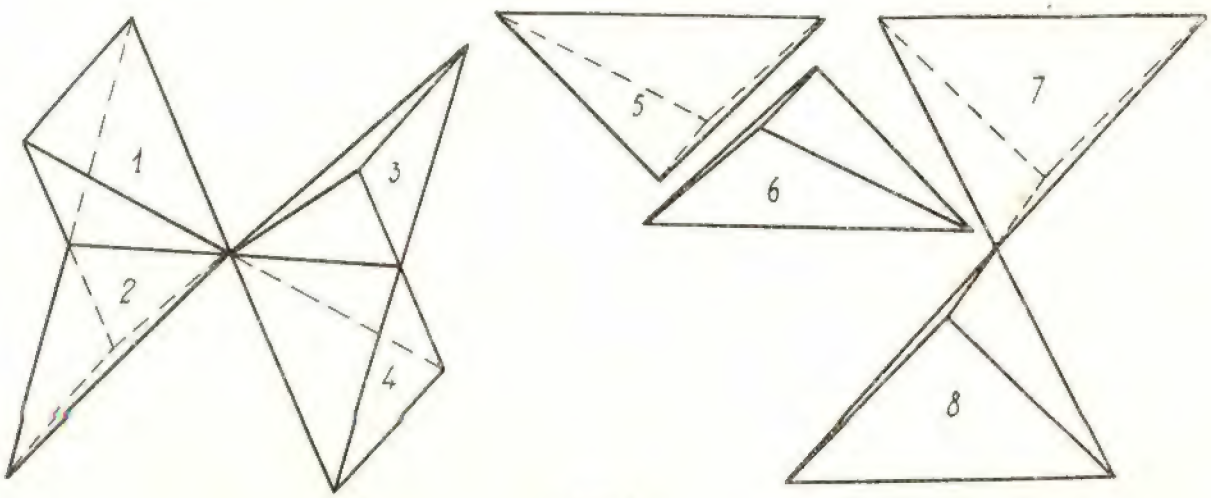


Fig. 4

pedaços mais pequenos que poderemos supor também igual a n .

Estabelecido este mecanismo que, não é, evidentemente senão uma aproximação ao que se passa na realidade, segue-se, lògicamente, a resolução dos dois problemas fundamentais da moagem:

a) Potência consumida.

b) Tipos de máquinas e respectivas dimensões.

CAPÍTULO II

CÁLCULO DA POTÊNCIA CONSUMIDA

a) *Número de reduções necessário*

Suponhamos que a substância a moer é constituída por partículas de granulometria L e que se pretende reduzir o valor de L a l.

Sendo V e v, respectivamente, os volumes das partículas iniciais e finais, e admitindo que, em cada subdivisão, as partículas obtidas têm, todas, volumes iguais, obter-se-ão, nas subdivisões sucessivas, volumes iguais a $\frac{V}{n}$, $\frac{V}{n^2}$, ... $\frac{V}{n^m}$, sendo o volume final igual ao volume a que se pretende efectuar a redução, isto é,

$$\frac{V}{n^m} = v$$

Por outro lado, admitindo que a forma das partículas é a mesma, os volumes V e v, estão entre si, na razão directa do cubo das dimensões lineares, isto é

$$\frac{V}{v} = \frac{L^3}{l^3} \quad ;$$

portanto, a relação estabelecida, pode escrever-se

$$\frac{L^3}{n^m} = l^3 \quad ,$$

ou

$$n^m = \frac{L^3}{l^3} \quad ,$$

$$m \log n = 3 \log \frac{L}{l}$$

e, finalmente,

$$m = \frac{3}{\log n} \log \frac{L}{l}$$

Como vimos, n, teòricamente, é igual a 14, mas pode ser maior ou menor, de acordo com a friabilidade da substância a moer. O seu valor pode ser determinado grosseiramente, fazendo um ensaio de rotura à compressão e contando os pedaços obtidos.

b) *Trabalho de fractura*

Sabe-se, da Resistência de Materiais, que o trabalho de rotura tem o valor

$$\tau = \int_0^{\Delta_l} \sigma S \, d\Delta_l ,$$

em que σ representa a carga por unidade de superfície, S a superfície em que o esforço é exercido e Δ_l o encurtamento do corpo quando a carga varia desde O até à carga de rotura σ_r.

Atendendo a que a superfície é proporcional ao quadrado das dimensões lineares médias, ter-se-á,

$$S = k L^2$$

e, portanto,

$$\tau = S \int_0^{\Delta_l} \sigma \, d\Delta_l = k L^2 \int_0^{\Delta_l} \sigma \, d\Delta_l = k L^2 \varepsilon$$

O valor do integral $\varepsilon = \int_0^{\Delta_l} \sigma \, d\Delta_l$ é a área do trapezóide limitado pelo eixo $O\Delta_l$, pelas ordenadas $\Delta_l = O$ e $\Delta_l = \Delta_l$ e pela curva de deformação do corpo considerado. Por exemplo, para um cubo de pirite, obtem-se a curva de deformação do gráfico I [1].

A curva foi traçada com ampliação na escala dos comprimentos de modo que o comprimento de 15 mm corresponde a 1 mm. A área total é de 216 mm², na escala do papel; mas como 15 mm < > 1 mm na escala dos comprimentos e

[1] Para outro caso qualquer é preciso começar por determinar a curva de deformação à compressão.

20×10^{-3} mm $<>$ 1 kg/cm², na escala das forças, o valor do integral será

$$\varepsilon = \int_0^{\Delta_1} \sigma \, d\Delta_1 = \frac{216}{15 \times 20 \times 10^{-3}} \text{ kg/cm}^2 \times \text{mm} =$$

$$= 750 \text{ kg/cm}^2 \times \text{mm} = 75 \frac{\text{kg cm}}{\text{cm}^2} = 7500 \frac{\text{kg m}}{\text{m}^2}.$$

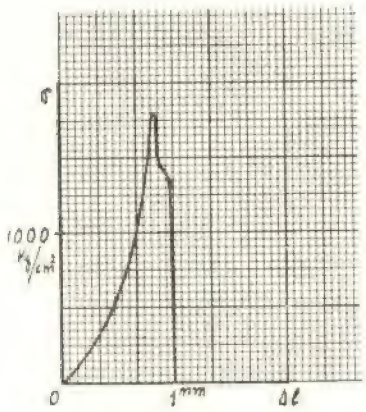


Gráfico I

A força máxima a aplicar terá de ser, evidentemente, $F_r = k L^2 \sigma_r$, sendo neste caso, $\sigma_r = 1800$ kg/cm².

O trabalho na subdivisão seguinte, será, como anteriormente, para cada partícula,

$$\tau'_1 = k L_1^2 \varepsilon,$$

sendo L_1 a granulometria correspondente ao volume $\frac{V}{n}$, cujo valor será dado pela relação

$$\frac{L^3}{L_1^3} = \frac{V}{\frac{V}{n}},$$

ou

$$L_1^2 = \frac{L^2}{n^{2/3}}.$$

O trabalho para a moagem das n partículas obtidas na primeira subdivisão será, portanto

$$\tau_1 = n \, . \, \tau'_1 = n \, . \, k L_1^2 \varepsilon = k L^2 \varepsilon \, n^{\frac{1}{3}}.$$

Pelo mesmo raciocínio, se conclue que o trabalho nas subdivisões seguintes será,

$$\tau_2 = k L^2 \varepsilon \, n^{2/3}$$
$$\tau_3 = k L^2 \varepsilon \, n^{3/3}$$
$$\dots\dots\dots\dots$$
$$\tau_{m-1} = k L^2 \varepsilon \, n^{\frac{m-1}{3}} \text{ (1)}.$$

O trabalho final, será, portanto

$$\tau_f = \tau + \tau_1 + \tau_2 + \dots\dots + \tau_{m-1} =$$
$$= k L^2 \varepsilon \left(1 + n^{1/3} + n^{2/3} + \dots + n^{\frac{m-1}{3}}\right) =$$
$$= k L^2 \varepsilon \frac{1 - n^{\frac{m-1}{3}} \, . \, n^{1/3}}{1 - n^{1/3}} =$$
$$= k L^2 \varepsilon \frac{1 - n^{\frac{m}{3}}}{1 - n^{\frac{1}{3}}} = k L^2 \varepsilon \frac{n^{\frac{3 \log \frac{L}{l}}{3 \log n}} - 1}{n^{\frac{1}{3}} - 1}$$

Mas,

$$n^{\frac{\log \frac{L}{l}}{\log n}} = \frac{L}{l} \text{ (2)}$$

e, portanto,

$$\tau_f = k L^2 \varepsilon \frac{\frac{L}{l} - 1}{n^{\frac{1}{3}} - 1} = \frac{k L^3 \varepsilon}{n^{\frac{1}{3}} - 1} \left(\frac{1}{l} - \frac{1}{L}\right)$$

Mas, o volume inicial V é proporcional a L^3, ou seja

$$L^3 = \alpha V$$

Portanto

$$\tau_f = \frac{\alpha k V \varepsilon}{n^{\frac{1}{3}} - 1} \left(\frac{1}{l} - \frac{1}{L}\right)$$

Se em vez do volume de uma partícula, se considera o volume total V_t da substância a moer por segundo, com uma granulometria L a potência será

$$N = \frac{\alpha k V_t \varepsilon}{75 \left(n^{\frac{1}{3}} - 1\right)} \left(\frac{1}{l} - \frac{1}{L}\right),$$

---

(1) Porque o volume $\frac{V}{n^m}$ não se subdivide.

(2) De facto, se for $n^{\frac{\log \frac{L}{l}}{\log n}} = x$, será $\frac{\log \frac{L}{l}}{\log n} \log n = \log x$, ou $\log \frac{L}{l} = \log x$ e $x = \frac{L}{l}$

sendo ε expresso em $\frac{kg\,m}{m^2}$ e l e L em metros.

Sendo P o peso da substância a moer por hora e γ o seu peso específico será $V_t = \frac{P}{3600\,\gamma}$ e, finalmente,

$$N = \frac{\alpha\, k\, P\, \varepsilon}{270.000\,\gamma\left(n^{\frac{1}{3}}-1\right)}\left(\frac{1}{l}-\frac{1}{L}\right) = K\left(\frac{1}{l}-\frac{1}{L}\right),^{(1)}$$

expressão que costuma ser designada pelo nome de lei de Rittinger.

Por vezes, admite-se, aproximadamente, que o trabalho em todas as subdivisões é o mesmo, e, nessas condições, será

$$\tau_f = m\,\tau = k\,L^2\,\varepsilon\,m = k\,L^2\,\varepsilon\,\frac{3}{\log n}\log\frac{L}{l} =$$

$$= \frac{3}{L\log n}\,k\,L^3\,\varepsilon\log\frac{L}{l} = \frac{3}{L\log n}\,k\,\alpha\,V\,\varepsilon\log\frac{L}{l},$$

e, portanto,

$$N = \frac{3}{L\log n}\,\frac{k\,\alpha\,P\,\varepsilon}{270.000\,\gamma}\log\frac{L}{l} = K_1\log\frac{L}{l},$$

expressão que é conhecida pelo nome de lei de Kick e que dá, evidentemente valores inferiores aos calculados pela fórmula anterior.

A potência N_1 das máquinas será, evidentemente superior, isto é,

$$N_1 = \frac{N}{k}$$

A potência do motor será, como habitualmente,

$$N_m = \frac{N_1}{\eta} = \frac{N}{k\,\eta}$$

O valor de k é muito variável, mas pode usar-se, em geral, $k = 0{,}25$ a $0{,}5$.

Quanto a η, ter-se-ão os valores habituais.

$$\eta = 0{,}7 \text{ a } 0{,}9$$

(2) Dum modo geral, poderá tornar-se $\alpha \sim k \sim 1$.

c) *Realização prática da fractura*

Do exemplo que se considerou para à pirite pode concluir-se que o valor de σ_r é muito elevado e o de ε bastante pequeno, o que, aliás, acontece, em geral, para todas as substâncias habituais. Desta constatação, se conclue o que poderemos chamar a regra fundamental da moagem:

A moagem não pode ser efectuada por uma força estática, porque esta teria de ter um valor excessivamente elevado, mas deve realizar-se por meio de uma energia cinética que iguale o trabalho de fractura. Neste caso, a força que actua é a força de inércia resultante da aceleração negativa dos órgãos em movimento, quando a fractura se realiza. Por esta razão, a energia cinética desse órgão deve ser suficientemente elevada, para que as perturbações no movimento sejam pequenas isto é, o orgão móvel tem de funcionar como volante. Contando com uma perturbação de ξ % a energia cinética deve ser k vezes superior ao trabalho de fractura, isto é,

$$T = \frac{100}{\xi}\,S\,\varepsilon = K\,S\,\varepsilon,$$

sendo S a superfície total em que a fractura se realiza e $K \sim 10$, de um modo geral.

CAPÍTULO III

TIPOS DE MÁQUINAS E RESPECTIVAS DIMENSÕES

a) *Tipos possíveis de máquinas*

Como corolário do que se disse no capítulo anterior é possível, deductivamente, estabelecer os tipos de máquinas que poderão ser empregados na prática, estudando as disposições cómodas de exercer de um modo permanente esforços de compressão e de corte.

1 — *Esforços de compressão*

Serão produzidos por compressão entre duas superfícies que podem ser planas ou curvas, segundo quatro maneiras distintas:

α — Por um afastamento das superfícies para permitir a entrada do produto, por gravidade, seguido de uma aproximação para efectuar a compressão.

É intuitivo que este processo só deverá ser aplicado para reduzir partículas de grandes dimensões a dimensões médias.

β — Por um rolamento das superfícies uma sobre a outra de modo a arrastar o produto para os pontos em que a distância entre elas é menor e efectuar, assim, uma compressão gradual.

Neste caso, deverá partir-se de pedaços de tamanho médio que serão reduzidos a tamanhos menores, mas não muito finos, a não ser que a distância entre as superfícies não seja fixa e estas sejam obrigadas por uma força qualquer a estarem em contacto e só se afastarem para permitir que as partículas se introduzam entre elas.

γ — Por um sistema análogo ao do caso α, mas em que, em vez da gravidade, se recorre à força centrífuga.

Pode servir para reduzir partículas médias a finas.

δ — Por percussão de uma dada massa sobre o produto. Neste caso, uma das superfícies é a da massa considerada e a outra, aquela que o produto assenta.

Serve também, para reduzir partículas médias a finas.

2 — *Esforços de corte*

Serão produzidos por dois processos distintos:

α — Por escorregamento de duas superfícies, planas ou curvas, uma sobre a outra.

Este processo pode ser utilizado para a redução de pedaços médios ou finos, podendo obter-se um grau de finura bastante elevado com superfícies planas.

β — Por percussão dos pedaços de um modo não uniforme o que se pode conseguir de duas maneiras diferentes:

β_1 — Efectuando a percussão com órgãos de superfície irregular.

β_2 — Efectuando-a por meio de vários órgãos sucessivos com velocidades diferentes e sendo a distância entre eles inferior às dimensões médias das partículas; estas sofrem a fractura quando passam entre dois órgãos sucessivos.

Estes processos têm o seu campo de utilização para substâncias friáveis, mas além disso, são indicados, como é lógico, para substâncias fibrosas porque permitem rasgá-las.

3 — *Esforços mistos*

Podem ser produzidos por duas maneiras:

α — Por escorregamento de uma superfície sobre outra, mas exercendo um esforço de compressão.

β — Utilizando, além dos esforços anteriores, a acção da energia cinética das massas em contacto.

Estes processos são utilizados em moagens finas.

b) *Classificação de máquinas*

A enumeração das possibilidades práticas de efectuar a redução de volume das partículas, permite, como se viu, estabelecer, de um modo intuitivo, o campo de aplicação de cada sistema.

A consideração de todos os casos possíveis mostra que as máquinas de moagem podem ser classificadas de, uma maneira geral, em três categorias, conforme reduzem as partículas grossas a médias, as médias a finas e as finas a muito finas. A essas categorias, é costume dar nomes, respectivamente, de britadores, trituradores ou moinhos intermediários e moinhos.

Não pode haver, evidentemente, uma classificação rigorosa de partículas grossas, médias e finas, mas é costume considerar os seguintes valores, que são aliás bastante arbitrários e variáveis:

Grossas: 1500^{mm} a 50^{mm}
Médias: 50^{mm} a 1^{mm}
Finas e muito finas: Inferiores a 1^{mm}, podendo atingir uma finura tal que passem ao peneiro de 300 malhas por polegada linear [1].

[1] Sobre a classificação das redes ver o artigo sobre Peneiração, a publicar.

c) *Britadores*

Como vimos, funcionam por compressão, entre superfícies de distância variável.

1) *Superfícies planas*

I — *Tipos usuais*

Uma das superfícies é fixa e a outra é móvel em torno de um veio horizontal e o movimento é comunicado por um excêntrico (fig. 5). Estas superfícies têm o nome de mandíbulas ou maxilas e podem ser lisas ou denteadas, consoante a dureza da substância a moer.

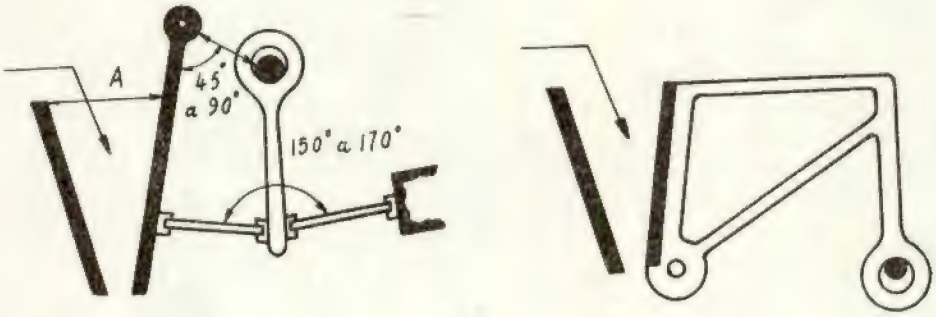


Fig. 5

II — *Determinação das dimensões*

Seja P a quantidade a moer por hora, de uma substância de granulometria L, que se pretende reduzir até l, para o que serão precisas m subdivisões. Como vimos, terá de ser

$$m = \frac{3}{\log n} \log \frac{L}{l}$$

É evidente que a distância A entre as maxilas no ponto de carga deve ser, pelo menos, dupla do valor L para facilitar a carga do britador; quanto à distância à saída deverá ser, naturalmente, igual a l, no momento de maior afastamento.

A altura H será determinada de modo que se possam efectuar entre as maxilas as m subdivisões. Suponhamos, para fixar ideias, que $m = 4$ e $n = 6$ e determinemos a que altura se efectuam as reduções de L para $L_1 = \frac{L}{\sqrt[3]{6}}$, de L_1 para $L_2 = \frac{L}{\sqrt[3]{6^2}}$, de L_2 para $L_3 = \frac{L}{\sqrt[3]{6^3}}$ e de L_3 para $l = \frac{L}{\sqrt[3]{6^4}}$.

Para isso, consideremos um segmento AB em que marcamos a altura H e, nas extremidades tracemos 2 perpendiculares de comprimentos respectivamente iguais a 2 L e l (fig. 6); unamos as extremidades desses segmentos, obtendo, assim, um segmento CD.

Paralelamente a AC tracemos segmentos compreendidos entre AB e CD e de comprimentos respectivamente iguais a L, L_1, L_2 e L_3.

Verifica-se, assim, que na região E F J I se efectua a primeira subdivisão, em F G K J, a segunda, em G H L K, a terceira, e em H B D L a última.

Convém, pois, que a altura x da última região seja pouco superior a l para se ter o máximo de aproveitamento. Da figura, tira-se

$$\frac{L_3 - l}{x} = \frac{2\,L - l}{H}$$

ou

$$H = x\,\frac{2\,L - l}{L_3 - l}$$

Considerando-se $x = 2\,l$, vem

$$H = 2\,l\,\frac{2\,L - l}{L_3 - l}$$

Como l é desprezível em relação a 2 L, ter-se-á

$$H = 4\,L\,\frac{l}{L_3 - l}$$

Se o número de subdivisões for m, será

$$H = 4\,L \frac{l}{L_{m-1} - l} = \frac{4\,L}{\frac{L_{m-1}}{l} - 1} =$$

$$= \frac{4\,L}{\frac{n^{\frac{m}{3}}}{n^{\frac{m-1}{3}}} - 1} = \frac{4\,L}{\sqrt[3]{n} - 1}\,.$$

Para determinar a largura B da maxila, basta considerar que, em cada afastamento cai uma quantidade, aproximadamente igual a

$$p = B.\ l \cdot l.\ \gamma_g = B\,l^2\,\gamma_g\,.$$

em que γ_g é a densidade do produto a granel. Se for n_1 o número de aberturas por minuto ter-se-á

$$n_1\,B\,l^2\,\gamma_g = \frac{P}{60}$$

ou

$$B = \frac{P}{60\,n_1\,l^2\,\gamma_g}\,.$$

Mas $n_1 = 60\,\frac{\omega}{2\,\pi}$, sendo ω a velocidade angular de biela.

Portanto

$$B = \frac{2\,\pi\,P}{3600\,\omega\,l^2\,\gamma_g}$$

Deve notar-se que este valor de B deve ser controlado por valores experimentais, visto que a hipótese de que cai, rigorosamente, uma camada de largura l é muito grosseira.

γ — *Dimensões do volante*

Considerando a hipótese mais desfavorável de trabalhar toda a maxila, a superfície total S da substância a triturar é, aproximadamente

$$S \sim B\,H$$

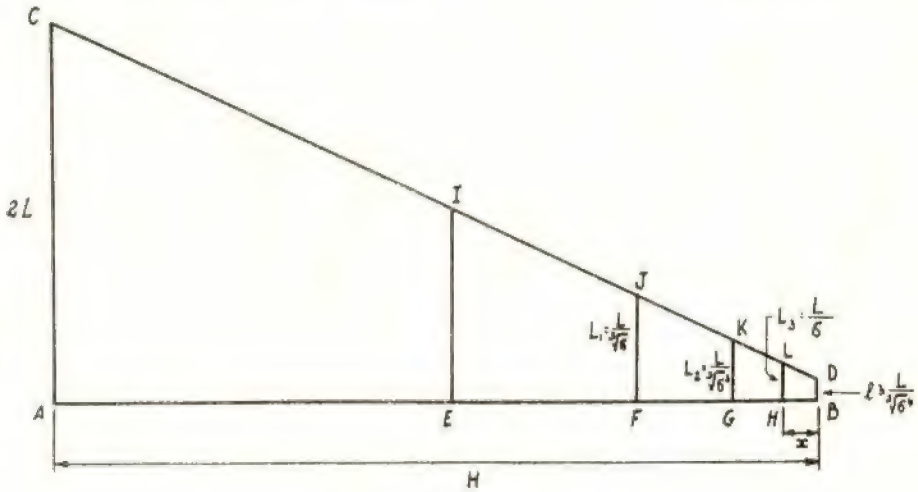


Fig. 6

e, portanto, como vimos,

$$T = K\,S\,\varepsilon = K\,B\,H\,\varepsilon$$

Mas

$$T = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2$$

e, portanto,

$$I = \frac{2\,K\,B\,H\,\varepsilon}{\omega^2}\,.$$

Conhecido I, determinam-se as dimensões do volante.

O valor de n_1 varia entre 100 e 300 r. p. m., correspondendo os menores valores aos maiores tamanhos.

Valores usuais:

I — *Britador Blake*

TIPOS PEQUENOS:

A = 10 cm a 30 cm
B = 25 cm a 50 cm

P = 0,5 a 10 ton/hora
N = 0,5 a 5 CV

TIPOS MÉDIOS:

A = 15 cm a 60 cm
B = 35 cm a 90 cm
P = 5 a 50 ton/hora
N = 5 CV a 75 CV

TIPOS GRANDES:

A = 40 cm a 75 cm
B = 150 cm
P = 100 a 180 ton/hora
N = 75 a 130 CV

TIPOS MUITO GRANDES:

A = 70 cm a 140 cm
B = 90 cm a 180 cm
P = 100 a 500 ton/hora
N = 80 a 250 CV

II — *Britador Dodge*

A = 10 cm a 25 cm
B = 15 cm a 40 cm
P = 0,25 a 6 ton/hora
N = 3 a 15 CV

2 — *Superfícies curvas*

As maxilas são substituídas por dois troncos de cone: a fixa por um tronco ôco com a base maior em cima e a móvel por outro maciço com a base maior em baixo. O afastamento e a aproximação conseguem-se devido a um descentramento do segundo cone por meio de um veio com que é solidário e que trabalha num excêntrico situado na parte inferior (fig. 7). Estes britadores têm o nome de giratórios.

O funcionamento é análogo ao dos trituradores anteriores porque, embora o veio do cone interior seja móvel no excêntrico, não roda em geral, devido ao atrito junto à substância a triturar; como, porém, a compressão se efectua permanentemente, o funcionamento é mais uniforme do que no caso do britador de maxilas.

Para a determinação das dimensões basta substituir B por $2 \pi R$.

O número de rotações varia entre 200 e 400 r. p. m.

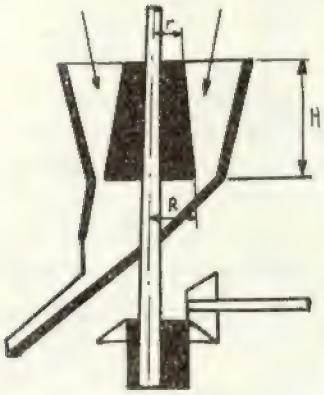


Fig. 7

Valores usuais:

TIPOS PEQUENOS:

A = 20 cm a 50 cm
r = 10 cm a 25 cm
P = 10 a 20 ton/hora
N = 8 a 20 CV

TIPOS GRANDES:

A = 50 cm a 125 cm
r = 20 cm a 65 cm
P = 20 a 750 ton/hora
N = 20 a 300 CV.

d) *Trituradores*

Como vimos, os trituradores podem basear-se no rolamento de superfícies umas sobre as outras, na aproximação de duas superfícies, utilizando também a força centrífuga e em percussão.

1 — *Trituração por rolamento*

Pode conseguir-se fazendo rolar um ou mais cilindros sobre um plano horizontal (trituradores de galgas) ou por meio de dois cilindros com veios paralelos situados no mesmo plano horizontal e que girem em sentidos opostos (trituradores de cilindros).

I — *Trituradores de galgas*

α — *Generalidades*

São constituídos por dois cilindros montados nos extremos de um veio horizontal solidário com um veio vertical cujo movimento é obtido por uma engrenagem cónica. O sistema é completado por 2 lâminas inclinadas, uma das quais conduz a substância a moer para baixo dos cilindros e a outra a aproxima do centro onde há um peneiro que separa a parte já moída (fig. 8).

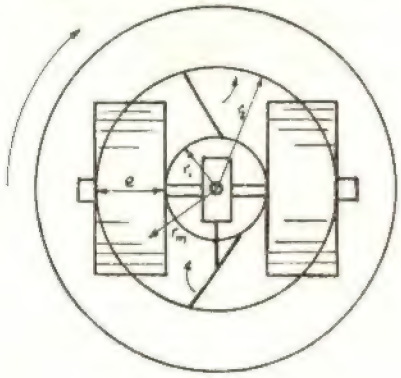


Fig. 8

A distância entre os cilindros (mós) e a superfície horizontal (soleira) é fixada de acordo com o valor de l.

β — *Raio das mós*

Esquemàticamente o funcionamento é indicado na fig. 9.

Seja R o raio da mó e r o de uma partícula a subdividir. Para que esta seja obrigada a passar entre a mó e a soleira é preciso que a soma das forças de atrito f_1 e f_2 nos pontos de contacto seja superior à força elástica F que tende a evitar que a partícula passe.

Esta força elástica é consequência das reacções R_1 e R_2 nos pontos A e B e as forças de atrito f_1 e f_2 têm, como se sabe [1], os valores

$$f_1 = f R_1$$
$$f_2 = f R_2 ,$$

sendo f o coeficiente de atrito que supomos igual na mó e na soleira.

[1] Mecânica Racional — Atrito.

Aplicando as equações da estática ter-se-á :

$$\begin{cases} R_1 \operatorname{sen} \alpha - f R_1 \cos \alpha - f R_2 = 0 \\ - R_1 \cos \alpha - f R_1 \operatorname{sen} \alpha + R_2 = 0 \\ - f R_1 . R - f R_2 . (\alpha + R) + R_2 . a = 0 \end{cases}$$

Estas três equações permitem determinar R_1, R_2 e α. O que interessa principalmente é a determinação do valor máximo de α para que seja possível efectuar a moagem.

Dividindo ordenadamente as duas primeiras equações ter-se-á

$$\frac{\operatorname{sen} \alpha - f \cos \alpha}{- \cos \alpha - f \operatorname{sen} \alpha} = - f$$

ou

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha - f}{1 + f \operatorname{tg} \alpha} = f .$$

Mas, sendo φ o ângulo de atrito será, como se sabe [1], $\operatorname{tg} \varphi = f$, e portanto,

$$\operatorname{tg} (\alpha - \varphi) = \operatorname{tg} \varphi ,$$

ou

$$\alpha - \varphi = \varphi ,$$

isto é

$$\alpha = 2 \varphi$$

Quer dizer, portanto, que o ângulo α não pode exceder o dobro do ângulo de atrito.

Por outro lado, pode escrever-se que

$$\cos \alpha = \frac{R + d - r}{r + R} ,$$

ou

$$R = \frac{r (\cos \alpha + 1) - d}{1 - \cos \alpha}$$

Utilizando as notações usadas anteriormente, será

$$R = \frac{\frac{L}{2} (\cos \alpha + 1) - l}{1 - \cos \alpha}$$

Considerando um valor médio de $f = 0{,}3$ será, aproximadamente, $\varphi = 16^\circ$ e $\alpha = 32^\circ$. Portanto,

$$R = \frac{0{,}92 L - l}{0{,}16}$$

[1] Problemas de Mecânica Racional — Atrito.

Supondo, por exemplo, $L = 2$ cm e $l = 0{,}5$ cm, ter-se-á $R = 8{,}4$ cm.

O valor de R tem de ser, porém, superior porque a mó tem de trabalhar, também, como volante e, por isso, os valores usuais de R variam entre 25 cm e 50 cm. Para prosseguir o cálculo, arbitra-se um valor desta ordem de grandeza e verifica-se no fim.

γ — Altura das mós

Como se verifica na figura 8, em cada rotação do veio vertical, cada mó percorre

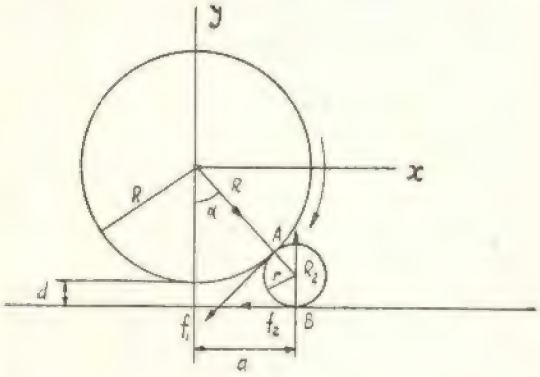


Fig. 9

uma coroa circular e, portanto o volume total moído em cada rotação completa será

$$v = 2 \cdot \pi (r_2^2 - r_1^2) \cdot d = 2 \pi (r_2 + r_1)(r_2 - r_1) d = \\ = 2 \pi r_m e d \ ,$$

sendo r_m o raio médio e e a altura da mó.

Sendo n o número de rotações por minuto, P o peso a moer por hora e γ_c o peso específico da substância a moer, comprimida entre o cilindro e a soleira, será

$$P = 60 n \cdot 2 \pi r_m e \cdot d \cdot \gamma_c$$

Portanto

$$e = \frac{P}{120 n \pi r_m d \gamma_c} \ ,$$

sendo $r_m \sim R$ e $\gamma_c = K \gamma_g$, sendo γ_g o peso específico da substância a granel e K um coeficiente que grosseiramente se pode supor igual a $\frac{L}{l}$.

O valor de n, em geral, varia entre 40 a 50 r. p. m.

δ — Energia cinética das mós

Escolhendo o eixo vertical para Oz e o eixo horizontal das mós para Ox, a energia cinética do conjunto será [1] $2T = Ap^2 + Cr^2 - 2Epr$, visto que $q = o$:

Como $r_m \sim R$, as velocidades angulares das rotações em torno de Oz e de Ox são iguais, ou seja

$$p = r = \omega .$$

Ter-se-á portanto,

$$2T = (A + C - 2E)\omega^2$$

Os valores de A e C são como se sabe [1],

$$A = 2 \frac{MR^2}{2} = MR^2$$

$$C = 2 (I_G + Mr_m^2) = 2 (I_G + MR^2)$$

em que M é a massa de uma mó e I_G o momento de inércia em relação a um eixo paralelo a Oz passando pelo centro de gravidade dessa mó.

Mas,

$$I_G = I_D - M \left(\frac{e}{2}\right)^2 ,$$

sendo I_D o momento de inércia em relação a um diâmetro da base que é, como se sabe, [2]

$$I_D = \frac{M}{12}(3 R^2 + 4 H^2) = \frac{M R^2}{4} + \frac{M e^2}{3}$$

Portanto,

$$I_G = \frac{M R^2}{4} + \frac{M e^2}{12}$$

e

$$C = \frac{M}{2}\left(5 R^2 + \frac{e^2}{3}\right) .$$

---

(1) Mecânica Racional — Momentos de Inércia.

(2) Prática de Mecânica Racional — Momentos de inércia.

Quanto a E, ter-se-á

$$E = \Sigma\, m\, x\, z = 0,$$

visto que o eixo Oz é um eixo de simetria.

Finalmente será,

$$T = \frac{M\,\omega^2}{4}\left(7\,R^2 + \frac{e^2}{3}\right)$$

A energia cinética achada deverá ser, como vimos, um múltiplo do trabalho de compressão ($T = K\,\tau$, sendo $K \sim 10$).

Como vimos, também

$$\tau = S\,\varepsilon\ .$$

O valor de ε determina-se a partir do ensaio de compressão e S é a superfície sobre a qual a compressão se efectua, a qual se obtém considerando a parte do cilindro em contacto com a substância a moer (fig. 10).

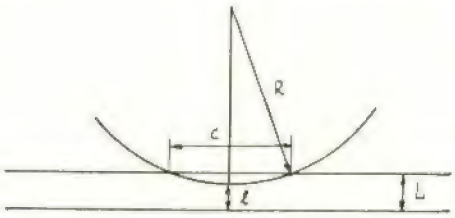


Fig. 10

Atendendo a que há duas mós será, portanto,

$$S = 2\,c\,e\ ,$$

sendo

$$c = 2\sqrt{R^2 - \left[R - \left(L - l\right)\right]^2}$$

ε — *Campo de aplicação*

Como as mós, em geral, são de granito, cujo peso específico é relativamente pequeno e, além disso, n é pequeno a energia cinética do conjunto não é muito elevada e, portanto, as galgas não são indicadas para substâncias muito duras. Em geral, empregam-se para moer pastas, adubos, etc.

Valores usuais:

R = 25 cm a 50 cm
e = 20 cm a 25 cm
Peso das mós = 200 kg a 1500 kg
P = 15 a 20 ton/hora
n = 40 a 50 r. p. m.
N = 3 a 80 CV

II — *Trituradores de cilindros*

α — *Generalidades*

Teòricamente o problema é análogo ao do caso anterior, havendo só diferenças de pormenor (fig. 11).

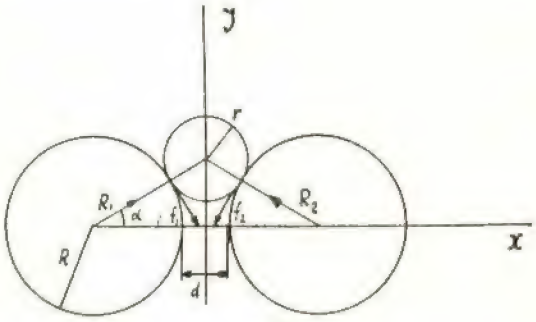


Fig. 11

Neste caso, por uma questão de simetria $|R_1| = |R_2|$ e $|f_1| = |f_2|$ e, portanto, a segunda equação da estática dá, imediatamente,

$$-R_1 \operatorname{sen}\alpha - f\,R_1 \cos\alpha - f\,R_1 \cos\alpha - R_1 \operatorname{sen}\alpha = 0,$$

de onde se tira $f = \operatorname{tg}\alpha$, ou ainda, $\alpha = \varphi$.

Neste caso,

$$\cos\alpha = \frac{R + \frac{d}{2}}{R + r}$$

e

$$R = \frac{r\cos\alpha - \frac{d}{2}}{1 - \cos\alpha} = \frac{L\cos\alpha - l}{2\,(1 - \cos\alpha)}$$

Neste caso pode dar-se a R o valor achado porque o volante existe na máquina.

β — *Altura dos cilindros*

Sendo h a altura dos cilindros, o volume que passa em cada rotação é

$$v = 2 \pi R h d$$

Se for n o número de rotações por minuto, P o peso a moer por hora e γ_g o peso específico da substância a granel

$$2 \pi R h d \gamma_g n = \frac{P}{60}$$

e, portanto

$$h = \frac{P}{120 \pi R d \gamma_g n}$$

O valor de n deve ser escolhido de modo que a velocidade periférica seja o mais elevada possível mas não exceda 2 a 3 m/seg.

γ — *Campo de aplicação*

Aplicam-se, em geral, para substâncias duras para o que têm de ter uma camisa exterior substituível em qualquer liga de grande dureza.

Valores usuais:

R = 10 cm a 90 cm
h = 25 cm a 75 cm
P = 2 a 130 ton/hora
n = 50 a 300 r. p. m.
N = 6 a 250 CV
L = 7 cm a 1 cm
l = 1 cm a 0,3 cm

2 — *Trituração utilizando a força centrífuga*

É o tipo do triturador Symons de discos. É constituído por duas superfícies cónicas ocas, voltadas uma para a outra e que estão montadas sobre 2 veios excêntricos com movimento de rotação no mesmo sentido e com a mesma velocidade (fig. 12).

A substância introduzida é lançada para a periferia devido à força centrífuga e triturada quando os discos se aproximam.

O cálculo faz-se, anàlogamente, ao do britador de maxilas substituindo B por $2 \pi R$ sendo R o raio exterior.

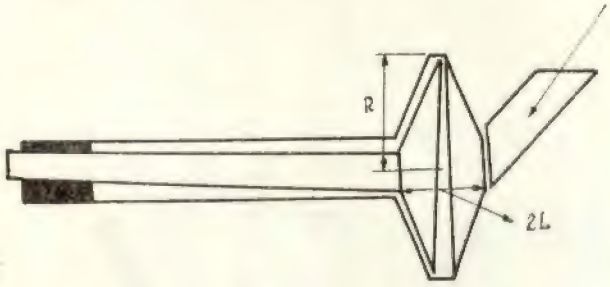


Fig. 12

O campo de aplicação é análogo ao dos britadores giratórios embora só para partículas de tamanhos médios.

Valores usuais:

R = 20 cm a 60 cm
P = 5 a 120 ton/hora
N = 12 a 75 CV
L = 15 cm a 3 cm
l = 3 cm a 1 cm

3 — *Trituração por percussão (de compressão)*

Consegue-se pela percussão de certas massas que estão montadas nas extremidades de hastes verticais accionadas por um veio de cames horizontal. Este sistema é de fraco rendimento mecânico e, por isso, hoje, pràticamente, está posto de parte.

4 — *Trituração por corte provocado por escorregamento*

Obtém-se fazendo rodar, a grande velocidade uma série de troncos de cone sobrepostos e solidários entre si, no interior de uma caixa com a forma conveniente (fig. 13).

Os troncos de cone têm umas facas de lâmina em hélice que efectuam o corte do material. A finura regula-se subindo ou baixando os troncos de cone.

Admitindo que em cada rotação cai um anel de substância triturada, de altura l, o peso total por rotação será

$$v = 2 \pi R l^2 \gamma_g$$

Sendo n o número de rotações por minuto e P o peso a moer por hora, será

$$120\,\pi\,n\,R\,l^2\gamma_g = P$$

e

$$R = \frac{P}{120\,\pi\,n\,l^2\gamma_g}$$

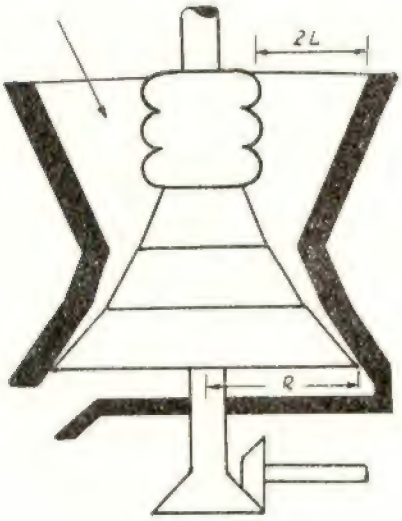


Fig. 13

Este triturador tem o nome de rotativo ou de «moinho de café», por ser do tipo dos moinhos de café.

Valores usuais :

n = 200 a 1.000 r. p. m.
N = 1 a 25 CV
P = 1 a 10 ton/hora
L = 5 cm a 1 cm.

5 — *Trituração por forças de percursão (de corte)*

I — *Percursão com órgãos de superfície irregular*

A maneira mais cómoda de realizar este sistema consiste em ter um cilindro animado de rotação em torno do eixo e cuja superfície se torna irregular por meio de martelos ou de dentes. A substância a triturar circula entre os martelos e a caixa exterior do triturador e sai, depois de triturada por uma espécie de grelha situada na parte inferior da caixa.

α — *Trituradores de martelos*

Os martelos são peças articuladas na superfície do cilindro e que se conservam em posição radial devido à força centrífuga (fig. 14).

As partículas da substância que entram no triturador a uma velocidade pràticamente nula são obrigadas a adquirir uma velocidade v que é a velocidade média dos

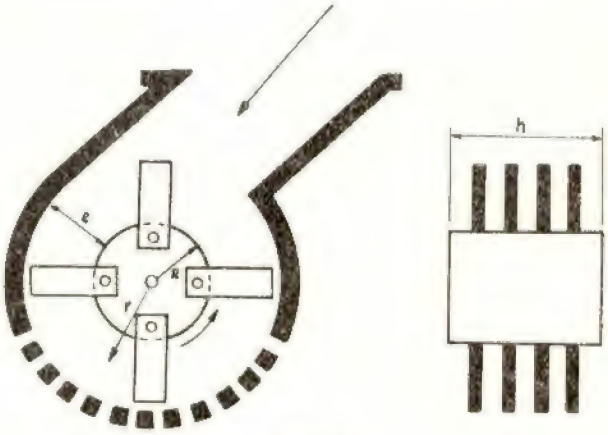


Fig. 14

martelos; se essa velocidade for suficientemente elevada, as partículas podem adquirir uma energia cinética que iguale o trabalho de factura e, nessas condições, obtém-se a sua subdivisão no momento em que batem de encontro à parede. Embora se verifiquem esforços de compressão, o martelo tem, fundamentalmente, uma acção de corte em n_1 superfícies sendo n_1 o número de fiadas de martelos. Admitindo, o que aliás, está dentro dos erros admissíveis que o trabalho de corte é igual ao que teria de efectuar-se se a fractura se realizasse por esforços de compressão, pode escrever-se que

$$S\,\varepsilon = \frac{m\,v^2}{2}\,,$$

sendo

$$S = e\,h$$

e

$$m = \frac{e\,h\,L\,\gamma_g}{g}\,,$$

considerando uma camada de expessura L.

Portanto

$$\varepsilon = \frac{L\,\gamma_g\,v^2}{2}$$

e

$$v = \sqrt{\frac{2\,g\,\varepsilon}{L\,\gamma_g}}$$

Considerando um caso corrente em que

$$\varepsilon = 5000 \text{ kg m/m}^2$$
$$L = 5 \text{ cm}$$
$$\gamma_g = 3000 \text{ kg/m}^3 ,$$

ter-se-á

$$v = 27{,}5 \text{ m/seg.}$$

Na prática, v não excede 60 m/seg.

O número de rotações por minuto deverá ser

$$n = \frac{30\,\omega}{\pi} ,$$

sendo $\omega = \frac{v}{r}$ e r o raio correspondente a metade da altura dos martelos.

Sendo R ~ e, e e ~ 2 L, como se tem feito até agora, será

$$r \sim 3\,L$$

No exemplo que se considerou, será

$$r = 5 \text{ cm} = 0{,}05\text{m},$$

$$\omega = \frac{27{,}5}{0{,}15} = 177 \text{ seg}^{-1}$$

e

$$n = 1690 \text{ r. p. m.}$$

Na prática n varia entre 1.200 e 3.600 r. p. m.

A determinação de h pode fazer-se, grosseiramente, do seguinte modo:

Fixa-se o número n_2 de grelhas ($n_2 = 20$ a 30) de abertura l.

Admitindo, por analogia com os sistemas anteriores, que no fim de cada rotação sai uma prisma de substância de altura l e de base igual à secção de saída (hipótese que é muito pouco rigorosa), o peso saído por rotação será

$$n\,p = n_2 l^2\,h\,\gamma_g$$

Sendo P a quantidode a moer por hora, ter-se-à, como anteriormente,

$$P = 60\,n\,n_2\,l^2\,h\,\gamma_g$$

e

$$h = \frac{P}{60\,n\,n_2\,l^2\,\gamma_g}$$

O resultado obtido por esta fórmula pode estar muito longe da realidade e, portanto, convém ser comparado com valores conhecidos. O valor de n_1 determina-se aproximadamente admitindo que a espessura dos martelos tem o valor $\frac{e}{8}$ e a distância entre eles é de $\frac{e}{6}$.

Será portanto,

$$h = n_1 \cdot \frac{e}{8} + \left(n_1 + 1\right)\frac{e}{6} = \frac{e\,(7\,n_1 + 4)}{24}$$

e

$$n_1 = \frac{24\,h - 4}{7}$$

A secção da boca de entrada será, aproximadamente $h = 4\,L$, como é natural.

Para não se obterem valores de v muito elevados, este tipo não convém para substâncias muito duras e, pela própria natureza do funcionamento, não é utilizável para substâncias plásticas ou húmidas.

Valores usuais:

$n = 1.000$ a 3.600 r. p. m.
$N = 5$ a 350 CV
$P = 1$ a 400 tons/hora
$l = 5$ cm a $0{,}3$ cm
$h = 30$ cm a 150 cm

β — *Trituradores de dentes*

O cilindro em vez de martelos tem dentes de alturas diferentes (fig. 15)

O cálculo pode fazer-se como anteriormente considerando $e \sim \frac{R}{2}$. Este triturador é menos robusto que o anterior e emprega-se especialmente, para carvão.

Valores usuais:

R = 20 cm a 45 cm
h = 40 cm a 120 cm
P = 35 a 750 tons/hora
N = 15 a 110 CV
L = 20 cm a 60 cm
l = 3 cm a 10 cm

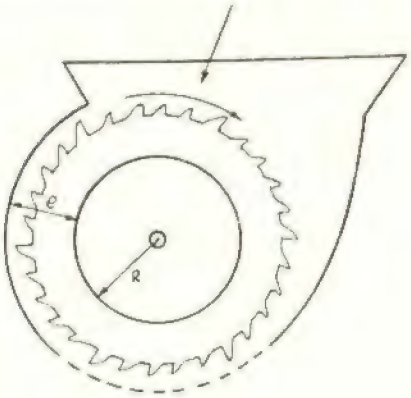


Fig. 15

II — *Percussão sucessiva*

Obtém-se nos trituradores centrífugos, chamados, também, desintegradores de gaiola ou moinhos Carr (fig. 16).

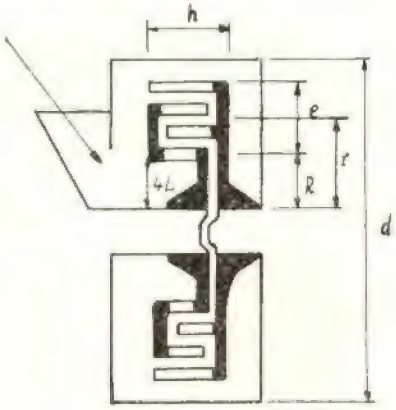


Fig. 16

É constituído por dois discos que suportam barras dirigidas segundo as geratrizes de vários cilindros concêntricos e que têm movimentos de rotação em sentidos inversos. A substância a moer que entra pela parte central é lançada para a pereferia devido à força centrífuga e triturada ao passar entre as barras.

Tratando este caso como o do triturador de martelos será, também,

$$S\,\varepsilon = \frac{m v^2}{2},$$

sendo

$$S = h\,e$$

e

$$m = \frac{h\,e\,L\,\gamma_g}{g}$$

Portanto, como no caso anterior, será

$$v = \sqrt{\frac{2\,g\,\varepsilon}{L\,\gamma_g}}$$

É lógico que, neste caso, a entrada seja relativamente larga e, por isso, faz-se R igual a 4 L em vez de 2 L. Sendo assim, tem-se

$$e \sim R \sim 4\,L$$

$$r \sim 6\,L\,.$$

Com estes valores determina-se ω e n. Como r é duplo em relação aos trituradores de martelos o número de rotações é, àproximadamente, metade e está compreendido entre 500 e 1800 r. p. m.

Neste caso faz-se

$$h \sim e$$

A quantidade a moer por hora depende, aproximadamente da potência aplicada.

Emprega-se especialmente para carvão, calcário e substâncias fibrosas, como já vimos.

Valores usuais:

d = 45 cm a 120 cm
n_1 = 4 a 6
N = 15 a 75 CV
n = 500 a 1800 r. p. m.
P = 1 a 10 ton/hora.

e) *Moinhos*

Como vimos, os moinhos podem basear-se no rolamento de superfícies (em casos especiais), em acção de corte e em esforços mixtos.

Pneus e câmaras de ar

MABOR

Produção da

Manufactura Nacional de Borracha

O processo **Schori** evita por forma completa a corrosão do ferro e aço. Além de ser o método mais rápido de pulverização metálica é também o menos dispendioso.

Sem recorrer ao emprego de mão de obra especializada pode aplicar-se uma camada de zinco com a espessura de 0.076 mm à velocidade de 23 metros quadrados por hora.

Metais, borracha sintética, resinas sintéticas, ebonite e materiais termoplásticos de vários tipos podem ser aplicados pelo Processo **Schori** projectando-os sob a forma de pó sem fazer uso de dissolventes e produzindo uma camada homogénea.

Schori
METALLISING PROCESS Ltd

AGENTES:

António Pacheco Agostinho, L.da

RUA AUGUSTA, 75, 1.º D.

Telef. 25833 LISBOA

Acaba de aparecer

Novas Tabelas para o Cálculo do Betão Armado

Pelo Eng.º Fernando Vasco Costa

PREÇO: **100$00**

Desconto de 10 % para assinantes

PEDIDOS À

TÉCNICA

TOPOGRAFIA GERAL

PELO ENG.º CARVALHO XEREZ

CONTENDO FOTOGRAFIA
FOTOGRAMETRIA
ELEMENTOS DE GEODESIA
E ASTRONOMIA GEODESICA

Preço do 1.º volume, encadernado 150$00

Desconto de 10 % para assinantes

EDIÇÃO DA

TÉCNICA

1 — *Moagem por rolamento*

Como vimos, só é possível a moagem por rolamento desde que as superfícies entre as quais se efectua a moagem sejam obrigadas a estar em contacto, o que se consegue por dois processos: por molas ou por força centrífuga.

I — *Pressão por molas*

Os moinhos são constituídos por um anel vertical em cujo interior há 3 roletes que são apertados de encontro ao anel por molas que exercem uma pressão que pode atingir 5000 kg/cm² (fig. 17).

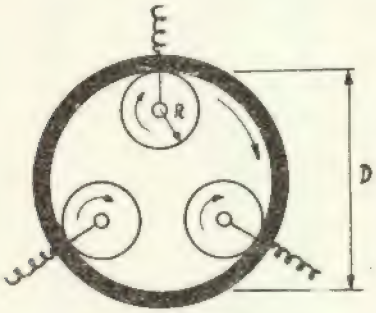


Fig. 17

O movimento é comunicado ao rolete superior que o transmite ao anel e este aos dois roletes inferiores.

O funcionamento é análogo ao dos trituradores de cilindros, mas com umas pequenas diferenças de pormenor.

Em primeiro lugar, como o raio do anel é grande em relação à dos roletes ($D \sim 6\,R$), a superfície de contacto pode ser considerada quase como plana e, portanto convém aplicar a fórmula das galgas, isto é,

$$\alpha = 2\varphi$$

$$R = \frac{r(\cos\alpha + 1)}{1 - \cos\alpha} - d$$

Mas, neste caso, $d = 0$ e, portanto,

$$R = \frac{r(\cos\alpha + 1)}{1 - \cos\alpha} = \frac{L(\cos\alpha + 1)}{2(1 - \cos\alpha)}$$

Convém que o moinho possa ser alimentado com pedaços de dimensão máxima de 3,5 cm, isto é, $L = 3{,}5$ cm.

Admitindo $f = 0{,}3$, como no caso das galgas, ter-se-á $\alpha \sim 32°$ e $\cos\alpha \sim 0{,}84$.

Portanto

$$R = \frac{3{,}5 \times 1{,}84}{2 \times 0{,}16} \sim 20 \text{ cm}.$$

Portanto

$$D \sim 6\,R = 120 \text{ cm}.$$

Este valor representa o máximo que se atinge na prática; em geral, $D = 60$ cm a 120 cm.

Em segundo lugar, como há três roletes, o valor da altura será ⅓ do que foi calculado no caso do triturador de cilindros, isto é,

$$h = \frac{P}{360\,\pi\,R\,l\,\gamma_c\,n}$$

Neste caso, d foi substituído por l visto que d não tem significado e γ_g por γ_c como no caso das galgas, onde se tinha tomado, aproximadamente $\gamma_c = \gamma_g \frac{L}{l}$. Mas, neste caso, em que $\frac{L}{l}$ pode atingir valores muito elevados, $\left(\frac{L}{l} > 200\right)$, é evidente que não é possível efectuar a redução completa numa única passagem e, portanto, o valor de γ_c terá de ser calculado pelo valor médio da relação

$$\gamma_c = \gamma_g \frac{L_p - l}{L_p}$$

em que p varia entre 1 e $m - 1$ e sendo $L_0 = L$.

Mas como são necessárias m reduções, o valor de h achado tem de ser multiplicado por m.

Na prática, h varia entre 20 cm e 35 cm.

Para n pode tomar-se o valor $n = 60$ r.p.m.

A espessura das paredes do anel varia entre 2 cm e 2,5 cm [1].

Valores usuais:

$L < 35$ mm
$l > 200$ malhas por polegada linear
$P = 2$ a 10 ton/hora
$N = 25$ a 50 CV

β — *Moinhos anelares de anel horizontal*

São semelhantes aos anteriores, mas o anel é horizontal e, além disso, os roletes não tocam no anel. Os moinhos vulgares deste tipo são o «Loesche» e o «Raymond Bawl Mill».

Valores usuais:

$P = 0{,}5$ a 35 ton/hora
$N = 3$ a 120 CV
$n = 250$ a 3000 r. p. m.

II — *Pressão por força centrífuga*

Os roletes estão montados na extremidade de uma barra de modo que o conjunto constitue um pêndulo composto, cujo eixo de oscilação está montado na extremidade de um braço solidário com um veio vertical que tem movimento de rotação. Este conjunto trabalha dentro de uma caixa, sobre a qual os roletes exercem pressão devido à força centrífuga (fig. 18).

Por esta razão estes moinhos têm o nome de moinhos pendulares.

O cálculo das dimensões faz-se como no caso dos moinhos anelares, só com uma diferença no valor de h que será

$$h = \frac{P}{120\,\pi\, n_1 R\, l\, \gamma_c\, n},$$

sendo n_1 o número de roletes.

[1] Para que este tipo de moinho e, aliás, todos os seguintes, trabalhem em boas condições, é necessário que a parte já moída seja retirada, o que estudaremos no artigo sobre «Classificação». Por outro lado, o grau de humidade não deve exceder 5%, a não ser que se introduza ar quente para evaporar a humidade e neste caso pode chegar-se a 15%.

O valor de γ_c pode ser determinado pelo mesmo critério e o resultado deve, também, ser multiplicado por m.

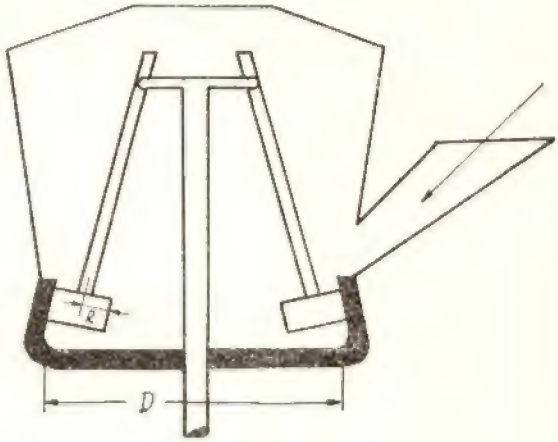


Fig. 18

Se $n_1 = 1$, o moinho tem o nome de «Moinho Griffin»; se $n_1 > 1$, o moinho é designado pelo nome de «Moinho Raymond de roletes» ou «Raymond roller mill».

Valores usuais:

MOINHO GRIFFIN:

$P = 0{,}5$ a 10 ton/hora
$n = 150$ a 200 r. p. m.
$N = 5$ a 125 CV
$L = 2$ cm a 2,5 cm
$l \sim$ até ao peneiro de 200 malhas
$D \sim 3{,}5\ R = 75$ cm a 100 cm.

MOINHO RAYMOND:

$P = 0{,}5$ a 6 ton/hora
$N = 8$ a 450 CV
$n = 250$ a 400 r. p. m.
$n_1 = 2$ a 6
$D \sim 6\ R$
$l \sim 2$ cm até ao peneiro de 300 malhas.

2 — *Moagem por corte*

Obtém-se por meio de 2 mós sobrepostas, com o mesmo diâmetro uma das quais é fixa e a outra móvel (fig. 19).

O plano de contacto é ranhurado para conduzir a substância a moer do centro

para a periferia e para facilitar o esforço de corte.

As dimensões do moinho podem estabelecer-se de modo que a energia cinética das

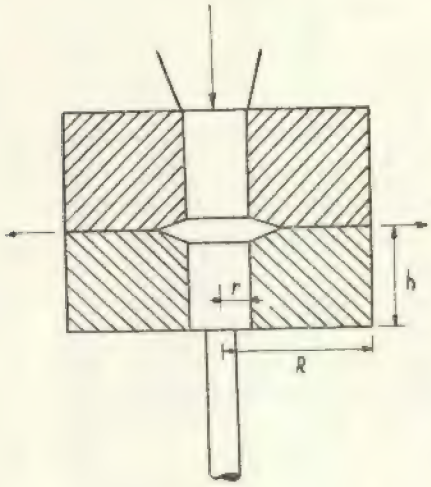


Fig 19

mós seja suficiente para não haver uma irregularidade superior a 10 %.

A energia cinética será

$$T = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$I = \frac{M R^2}{2} - \frac{m r^2}{2}$, sendo M a massa total do cilindro suposto maciço e m a da parte central oca suposta, também maciça [1].

Será

$$M = \frac{\pi R^2 h \gamma}{g}$$

e

$$m = \frac{\pi r^2 h \gamma}{g}$$

Portanto

$$I = \frac{\pi h \gamma}{g} (R^4 - r^4)$$

Como r é pequeno em relação a R, r^4 é desprezível e, portanto

$$I = \frac{\pi R^4 h \gamma}{g}$$

(1) Problemas de Mecânica Racial — Momentos de inércia.

Terá de ser, portanto,

$$\frac{\pi R^4 h \gamma}{2 g} \omega^2 = K S \varepsilon$$

Mas, $S = \pi (R^2 - r^2) \sim \pi R^2$ e $h \sim \frac{R}{2}$;

portanto

$$R = \sqrt[5]{\frac{4 k g \varepsilon}{\gamma \omega^2}}$$

Este moinho emprega-se para carvão e produtos vegetais.

Valores usuais:

P = 0,5 a 4 ton/hora
N = 1 a 80 CV
R = 60 cm a 150 cm
l > ao peneiro de 100 malhas

3 — *Esforços mistos exercidos só por escorregamento*

O modo de funcionamento é análogo ao dos moinhos pendulares, sendo os roletes substituídos por esferas de aço, cujo movimento de rotação é comunicado por uns braços montados num veio central (fig. 20).

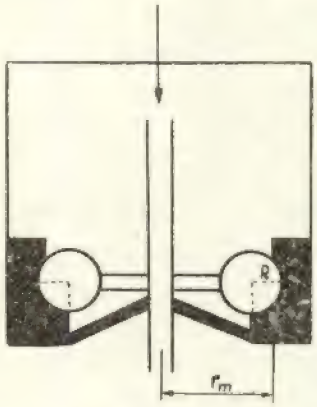


Fig. 20

As esferas são soltas e no seu movimento de rotação exercem uma compressão e corte simultâneos.

Para determinar as dimensões podem admitir-se, grosseiramente, as seguintes hipóteses:

1.°) A linha de contacto das esferas com a caixa corresponde a um arco de 90°.

2.º Por cada rotação de cada esfera efectuam-se duas subdivisões, atendendo a que há esforços simultâneos de compressão e corte.

Sendo assim, representando por n_1 o número de esferas, e m o número de subdivisões, a quantidade total moída por rotação será

$$\frac{2\,n_1}{m} \cdot \frac{2\pi R}{4}\, r_m\, l\, \gamma_g = \frac{\pi R\, r_m\, l\, \gamma_g}{m}$$

sendo γ_g o peso específico a granel da substância com a granulometria l.

Se for n o número de rotações por minuto e P a quantidade a moer, será

$$\frac{60\,\pi\, n\, R\, r_m\, l\gamma_g}{m} = P \quad (^1)$$

Mas $r_m = k\,R$; portanto

$$R = \sqrt{\frac{m\,P}{60\,n\,\pi\,k\,l\,\gamma_g}}$$

$$(k \sim 3)$$

Estes moinhos podem construir-se com dois andares.

Valores usuais:

P = 5 a 30 ton/hora
N = 40 a 300 CV

4 — *Esforços mistos exercidos por escorregamento e choque*

I — *Generalidades*

Obtêm-se deixando cair esferas de aço ou de silex e porcelana (estes últimos designados por «peblle-mills») em cima da substância e, ao mesmo tempo provocando uma acção de corte de encontro às paredes. Este objectivo consegue-se nos chamados moinhos de bolas, que são constituídos por um cilindro ôco com movimento de rotação em torno do eixo e com uma velocidade tal que as esferas estejam em contacto com as paredes durante quase toda a rotação e caiam do ponto mais alto.

Os pontos a fixar são o diâmetro do moinho e o raio das esferas.

II — *Diâmetro do moinho*

Vimos no transporte mecânico de sólidos (1) que o número de rotações mínimo para que duma partícula permaneça sempre em contacto com a superfície é

$$n = \frac{42.3}{\sqrt{D}}$$

Mas como é preciso que as esferas caiam, toma-se n um pouco inferior, isto é

$$n = \frac{25}{\sqrt{D}} \text{ a } \frac{35}{\sqrt{D}}$$

Como estes moinhos são pesados convém que n seja pequeno, para não dar origem a elevadas reacções nas chumaceiras, que, como se sabe, (2) aumentam com o quadrado de ω^2, ou, o que é o mesmo, de n^2.

Fixando n entre 20 e 40 r. p. m. ter-se-ão valores de D compreendidos, aproximadamente entre 0,8 m a 2,5 m.

III — *Raio das esferas*

Para que se efectue a fractura é necessário que a energia cinética das esferas seja igual ao trabalho de fractura, isto é

$$\frac{m v^2}{2} = S\,\varepsilon$$

A velocidade v é fixada pelo diâmetro do moinho, isto é,

$$v = \sqrt{\frac{3}{4}\, g\, D}\,,$$

admitindo que as esferas caem, em média, da altura $\frac{3}{4}$ D.

(1) Rigorosamente o r_m devia ser a distância do centro de gravidade do arco de contacto ao eixo de rotação (Teorema de Guldin); no entanto, não tem interesse resolver o problema com esse rigor.

(1) «Técnica», n.º 167.

(2) Mecânica Racional — Dinâmica dos Sólidos com um eixo fixo.

O valor de S determina-se a partir da fig. 21, considerando, a circunferência de contacto de esfera com a substância, isto é,

$$S = \pi r^2$$

É evidente que o valor de S diminue à medida que a moagem se vai efectuando e,

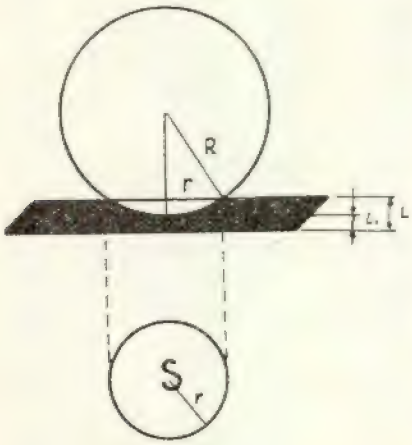


Fig. 21

por isso, terá de se calcular para a hipótese mais desfavorável, que corresponde ao início da moagem. Se a primeira redução for de L para L_1 ter-se-á

$$r^2 = R^2 - \left[R - \left(L - L_1\right)\right]^2 =$$
$$= \left(L - L_1\right)\left[2\,R - \left(L - L_1\right)\right]$$

Por outro lado será

$$m = \frac{\frac{4}{3}\,\pi\,R^3\,\gamma}{g},$$

sendo γ o peso específico das esferas.

Portanto, finalmente,

$$\frac{2\,\pi\,R^3\,\gamma}{3\,g}\,v^2 = \pi\left(L - L_1\right)\left[2\,R - \left(L - L_1\right)\right]\varepsilon$$

Mas, como $(L - L_1)$ é despresível em relação a 2 R, ficará

$$\frac{R^2\,\gamma\,v^2}{3\,g} = (L - L_1)\,\varepsilon$$

Portanto

$$R = \sqrt{\frac{3\,g\,(L - L_1)\,\varepsilon}{\gamma\,v^2}} = \sqrt{\frac{2\,(L - L_1)\,\varepsilon}{\gamma\,D}}$$

IV — *Comprimento do moinho*

Pode admitir-se, aproximadamente, que o número de esferas é o necessário para revestir completamente o moinho e, portanto, o número total de esferas será, em cada secção, aproximadamente

$$n_1 = \frac{\pi\,(D - 2\,R)}{2\,R}$$

O número de secções será

$$n_2 = \frac{h}{2\,R},$$

e, portanto o número total de esferas é

$$n_t = n_1 \times n_2 = \frac{n_1\,h}{2\,R}$$

Este número deve ser tal que o volume de esferas seja igual a $^1/_3$ ou $^1/_2$ do volume do moinho.

Como vimos, a área atingida por uma esfera na queda é

$$S = \pi\,r^2 = \pi\,(L - L_1)\,[2\,R -$$
$$-(L - L_1)] \sim 2\,\pi\,(L - L_1)\,R\,.$$

Admitindo que os esforços de corte duplicam o efeito da queda e que, por outro lado, são necessárias m subdivisões, o peso moído por rotação e por esfera será

$$S_1 = \frac{S}{m} = \frac{2\,\pi\,(L - L_1)\,R}{m}$$

Supondo que sai, também, uma altura igual a L, o peso moído por esfera e por rotação será

$$p = \frac{4\,\pi\,(L - L_1)\,R}{m}\,L\gamma/g \quad (^1)$$

(1) Esta expressão só será rigorosamente válida para a primeira subdivisão. No entanto, como nas subdivisões seguintes a área é superior à calculada, devido à acumulação da substância a moer, pode empregar-se sempre esta expressão.

O peso total moído pelas n_t esferas será

$$p_t = \frac{n_1 h}{2R} \cdot \frac{2\pi (L - L_1) R L \gamma_g}{m}$$

Como n é o número de rotações por minuto será

$$P = \frac{20 \pi n n_1 h (L - L_1) L \gamma_g}{m}$$

e

$$h = \frac{Pm}{20 \pi n n_1 (L - L_1) L \gamma_g}$$

Na prática, os moinhos têm uma altura igual ao diâmetro (moinhos de bolas em que o grau de finura obtido não excede o peneiro de 60 malhas) ou igual a 4 a 5 vezes o diâmetro (moinhos tubulares em que o grau de finura pode atingir o peneiro de 300 malhas).

Uma variante dos moinhos de bolas é constituída pelos moinhos cónicos Hardinge que têm a entrada e a saída de forma cónica. Tem a vantagem de dar maior rendimento porque as esferas mais pequenas se concentram junto da saída e, como é lógico, são preferíveis para as partículas mais pequenas.

Valores usuais:

Moinhos de bolas:

$L < 1{,}2$ a $1{,}8$ cm
$l >$ peneiro de 60 malhas
$N = 15$ a 200 CV
Peso das bolas: 500 a 1400 kg
$P = 4$ a 1000 ton/hora
$D = 0^m{,}90$ a $2^m{,}40$
$h = 0^m{,}60$ a $1^m{,}80$

Moinhos tubulares:

$L = 4$ a 6 cm
$l =$ peneiro de 200 malhas
$D = 1^m{,}80$ a $2^m{,}40$
$h = 10$ a 15 m
$R = 7{,}5$ a 1 cm

f) *Moinhos Coloidais*

Não estão dentro do objectivo deste artigo.

CONCLUSÃO

O estudo que acaba de se fazer permite ter uma ideia quantitativa aproximada da operação de moagem, mas é preciso não esquecer que todos os valores achados devem ser rigorosamente controlados, em face de instalações já existentes a fim de não se cometerem erros grosseiros que provêm de certas hipóteses necessàriamente arbitrárias, que foi necessário fazer, em face da própria natureza dos fenómenos considerados.

Contribuição para o estudo da composição dos aglomerados de cimento

PELO ENG.º CIVIL JOSÉ F. PINTO FONSECA
Assistente do I. S. T.

C. D 624.012.3

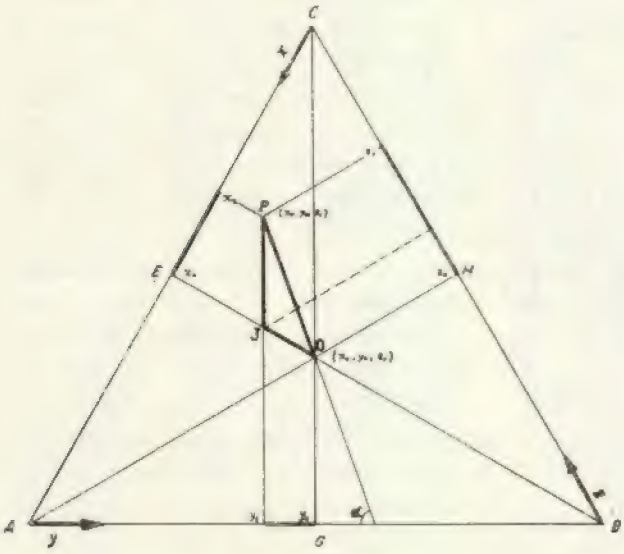
1.ª PARTE

Representação gráfica plana tridireccional das soluções da equação $x+y+z=cte$

Antes de abordarmos a representação gráfica da composição dos aglomerados de cimento, vejamos como podemos representar no plano os pontos figurativos das soluções da equação

$$x+y+z=cte$$

Considere-se um triângulo equilátero $\overset{\triangle}{ABC}$ e tracem-se as suas medianas $\overline{AH}$,



$\overline{BE}$ e $\overline{CG}$, as quais se cruzam no baricentro O do triângulo; considere-se ainda um sentido positivo de orientação dos semi-eixos (dos xx — $\overrightarrow{CA}$; dos yy — $\overrightarrow{AB}$; dos zz — $\overrightarrow{BC}$) os quais se fazem coincidir com os lados do triângulo.

A soma dos segmentos $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ e $\overline{BH}$ obtidos sobre os lados do triângulo quando se traçam as medianas, é, evidentemente, o semiperímetro, o qual mede, representando genèricamente por L o lado do triângulo

$$\overline{CE}+\overline{AG}+\overline{BH}=1{,}5\ \overline{L}$$

Mostremos agora que, se por um ponto P (x_1, y_1, z_1) qualquer (interior ou exterior ao triângulo) e situado no seu plano conduzirmos paralelas às medianas do triângulo, a soma dos segmentos intersectados sobre os três eixos é ainda igual ao semiperímetro.

Para demonstrar a afirmação feita, basta provar que:

$$\overline{x_o}+\overline{y_o}+\overline{z_o}=\overline{x_1}+\overline{y_1}+\overline{z_1}$$

ou

$$(x_o-x_1)+(y_o-y_1)+(z_o-z_1)=0$$

Prolonguemos até um dos eixos (o dos yy, no caso da figura) a recta que une P com O e designemos por α o ângulo que a recta assim definida faz com esse eixo; então

$$y_o-y_1=\overline{OP}\cos\alpha$$

e, atendendo a que o triângulo é equilátero (por hipótese)

$$x_o-x_1=\overline{OP}\cos(120^\circ-\alpha)$$
$$z_1-z_o=\overline{PJ}\cos 30^\circ+\overline{JO}\cos 30^\circ$$

e, visto que da figura se tiram ainda as relações

$$\overline{PJ}\cos 30^\circ=x_o-x_1$$
$$\overline{JO}\cos 30^\circ=y_o-y_1$$

vem finalmente

$$z_1 - z_0 = (x_0 - x_1) + (y_0 - y_1)$$

ou

$$(x_0 - x_1) + (y_0 - y_1) + (z_0 - z_1) = 0$$

Se, no triângulo equilátero considerado, dividirmos as coordenadas do ponto $P(x_1, y_1, z_1)$ pelo comprimento dos lados respectivos e somarmos, teremos

$$\frac{\overline{x_1}}{\overline{CA}} + \frac{\overline{y_1}}{\overline{AB}} + \frac{\overline{z_1}}{\overline{BC}} = 1{,}5$$

ora como

$$\overline{CA} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{L}$$

será

$$\overline{x_1} + \overline{y_1} + \overline{z_1} = 1{,}5\,\overline{L}$$

ou, genèricamente

$$\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} = 1{,}5\,\overline{L}$$

Escolhendo convenientemente uma escala *e* de graduação dos eixos tal que

$$e \times 1.5\,\overline{L} = K$$

será finalmente

$$e\,(\overline{x} + \overline{y} + \overline{z}) = K \qquad \text{c. q. p.}$$

Se em vez de termos escolhido uma única escala para os três eixos, tivéssemos adoptado escalas diferentes para todos eles, seria

$$\frac{e_x\,\overline{x}}{\overline{CA}\,e_x} + \frac{e_y\,\overline{y}}{\overline{AB}\,e_y} + \frac{e_z\,\overline{z}}{\overline{BC}\,e_z} = K$$

e do mesmo modo $\overline{x} + \overline{y} + \overline{z} = k''$ com a diferença, em relação ao caso anterior, de ser agora escaleno o triângulo dos eixos.

O que fica exposto permite-nos então traçar um nomograma para o estudo dos aglomerados de cimento, representando como variáveis as proporções volumétricas em que o aglomerante, a água e os inertes (respectivamente x, y, z) entram na mistura, podendo-se, é claro, por fixação de pesos específicos, transformar estas proporções volumétricas em ponderais para volume constante da mistura.

2.ª PARTE

Nomogramas para o cálculo das quantidades de cimento, água e inertes necessários para perfazer um metro cúbico de aglomerados de cimento

O betão e as argamassas de cimento, ou, genèricamente, os aglomerados de cimento, são obtidos pela mistura em proporções convenientes de aglomerante (cimento), água e inertes (areia, britas e algum ar que sempre fica retido na massa).

Pelas características próprias dos materiais e pela diversidade de proporções em que eles podem existir nas misturas, sucede que, com as mesmas composição qualitativa, técnica de mistura, duração e condições de presa e envelhecimento, etc., podem obter-se aglomerados de características muito diferentes entre si, daí provindo a necessidade de conhecer *à priori* as proporções em que os diversos materiais devem ser misturados e a técnica de preparação a adoptar para que se obtenha o material com as características desejadas; como é evidente, o problema apresenta uma grande complexidade, uma vez que o número de variáveis é elevado.

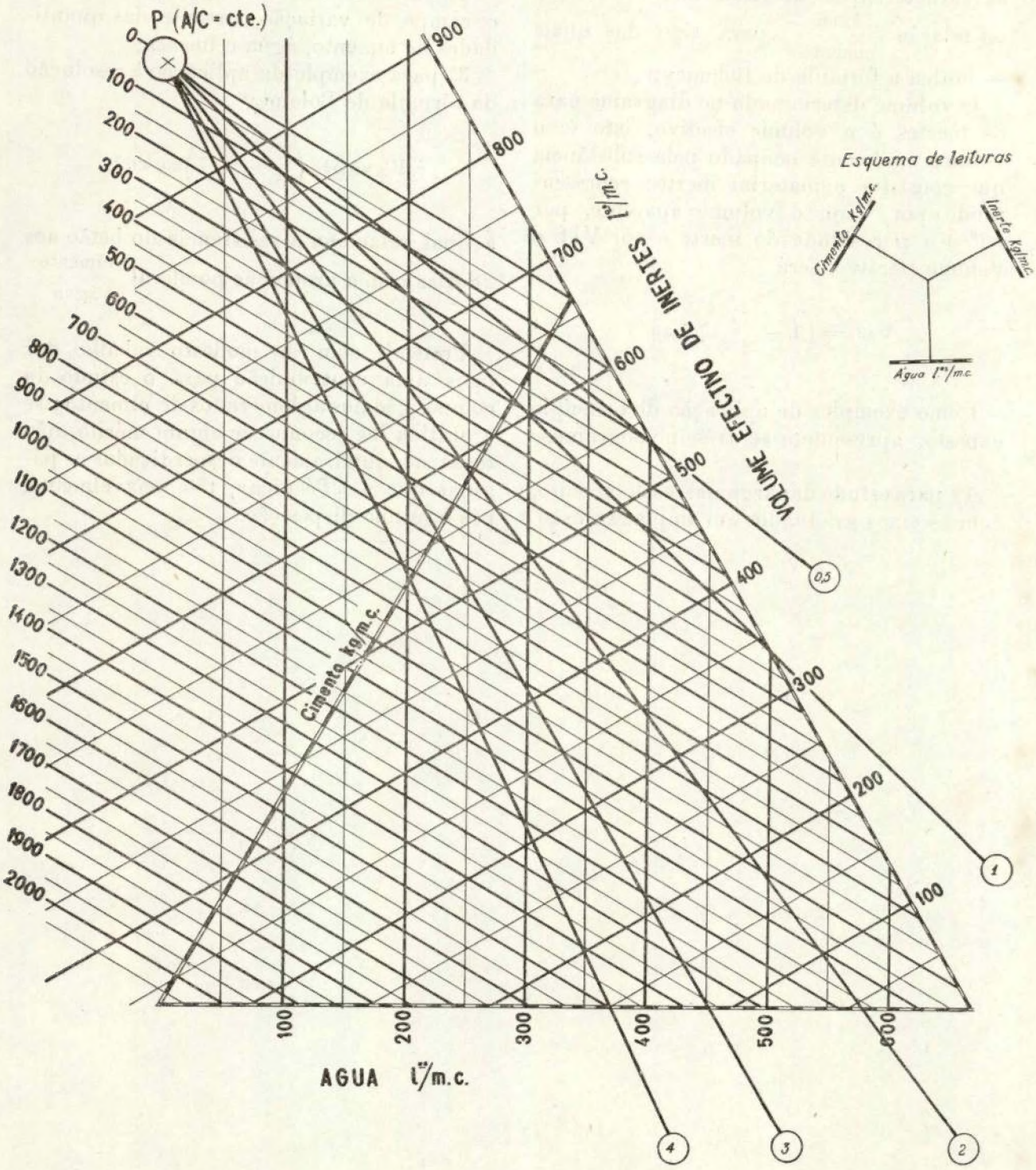
A representação gráfica baseada no método exposto na primeira parte permitirá talvez simplificar o problema, uma vez que se definam famílias de linhas que sejam o lugar geométrico dos pontos figurativos dos aglomerados que gosem igualmente (sob o ponto de vista quantitativo) de uma determinada propriedade.

Adoptaram-se nos nomogramas escalas adequadas para permitir sobre os três eixos (do cimento, da água e dos inertes) leituras com suficiente precisão; fixou-se para o cimento o peso específico de 3140 kg/m³, o que implica, para qualquer outro peso específico γ, a correcção da quantidade determinada de cimento pelo factor multiplicativo $\frac{\gamma\,(\text{kg/m}^3)}{3140}$.

Na representação indicada, os lugares geométricos dos pontos figurativos das misturas em que a proporção de dois dos materiais é constante $\left(\text{por exemplo } \frac{x}{y} = \text{cte}\right)$

I — Nomograma de composição de argamassas de cimento

(com linhas de igual relação $\frac{A}{C}$)



são rectas concorrentes num ponto de coordenadas pre-fixáveis (no exemplo: $x = 0$; $y = 0$; $z = 1,5$ L): esta propriedade tem grande aplicação no estudo dos aglomerados, pois são correntes as expressões que nos dão as características de resistência em função da relação $\frac{\text{água}}{\text{cimento}}$, para tipo das quais se indica a fórmula de Bolomey.

O volume determinado no diagrama para os inertes é o volume efectivo, isto é, o volume realmente ocupado pela substância que constitue o material inerte; representando por V ap. o volume aparente, por λ (%) a porosidade do inerte e por V ef. o volume efectivo, será

$$V\,ef. = \left(1 - \frac{\lambda}{100}\right) V\,ap.$$

Como exemplos de aplicação do princípio exposto, apresentam-se três nomogramas:

1) para estudo das argamassas de cimento, com os eixos graduados em ampla extensão, e no qual se indicou o ponto P de concorrência das rectas lugares geométricos dos pontos figurativos dos aglomerados com igual relação água/cimento, $P\left(\frac{A}{c} = cte\right)$;

2) para o estudo dos betões, abrangendo o campo de variação corrente das quantidades de cimento, água e inertes;

3) para exemplo da aplicação à resolução da fórmula de Bolomey

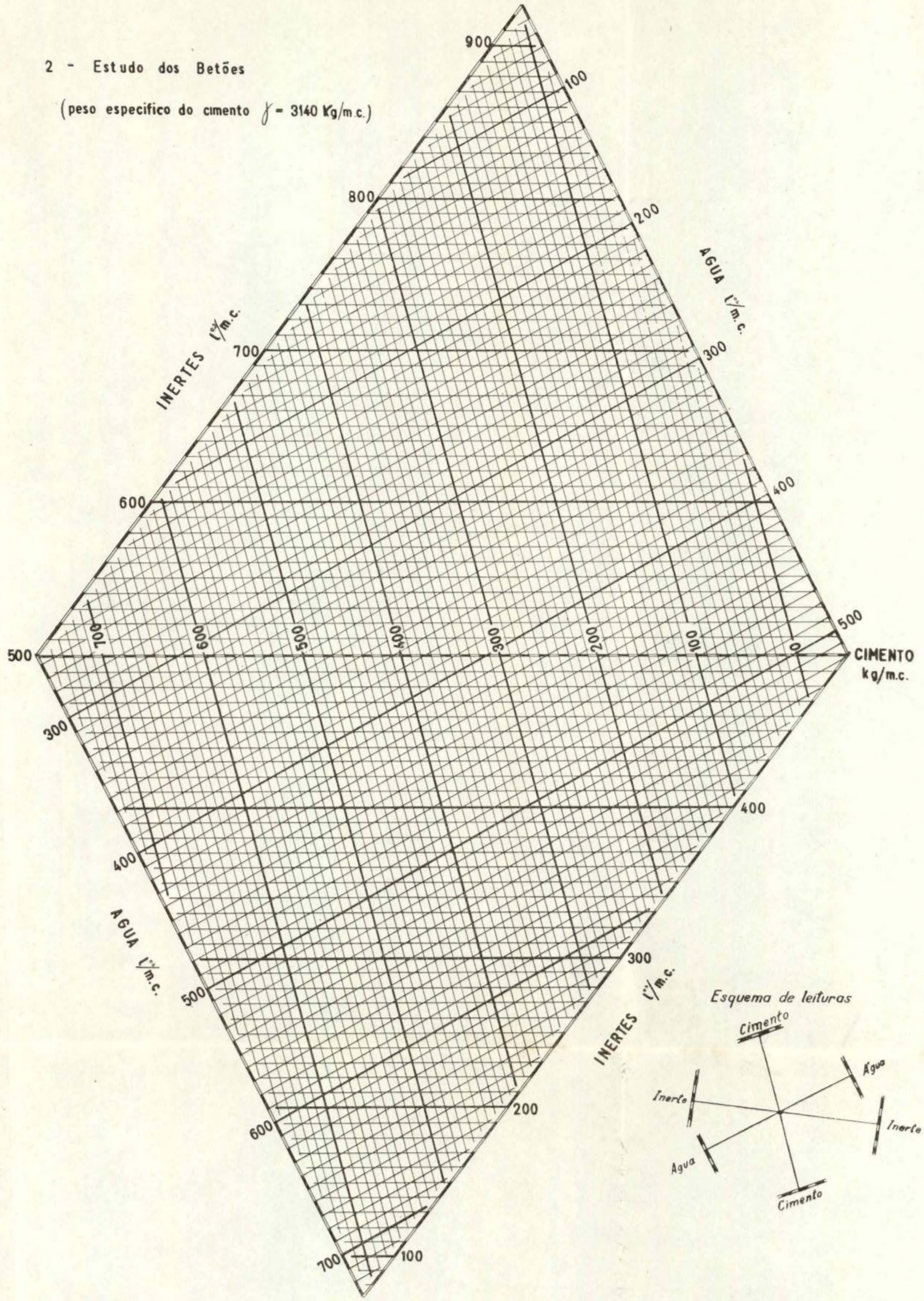
$$R_{28} = 547\left(\frac{c}{A} - 0{,}87\right) kg/cm^2$$

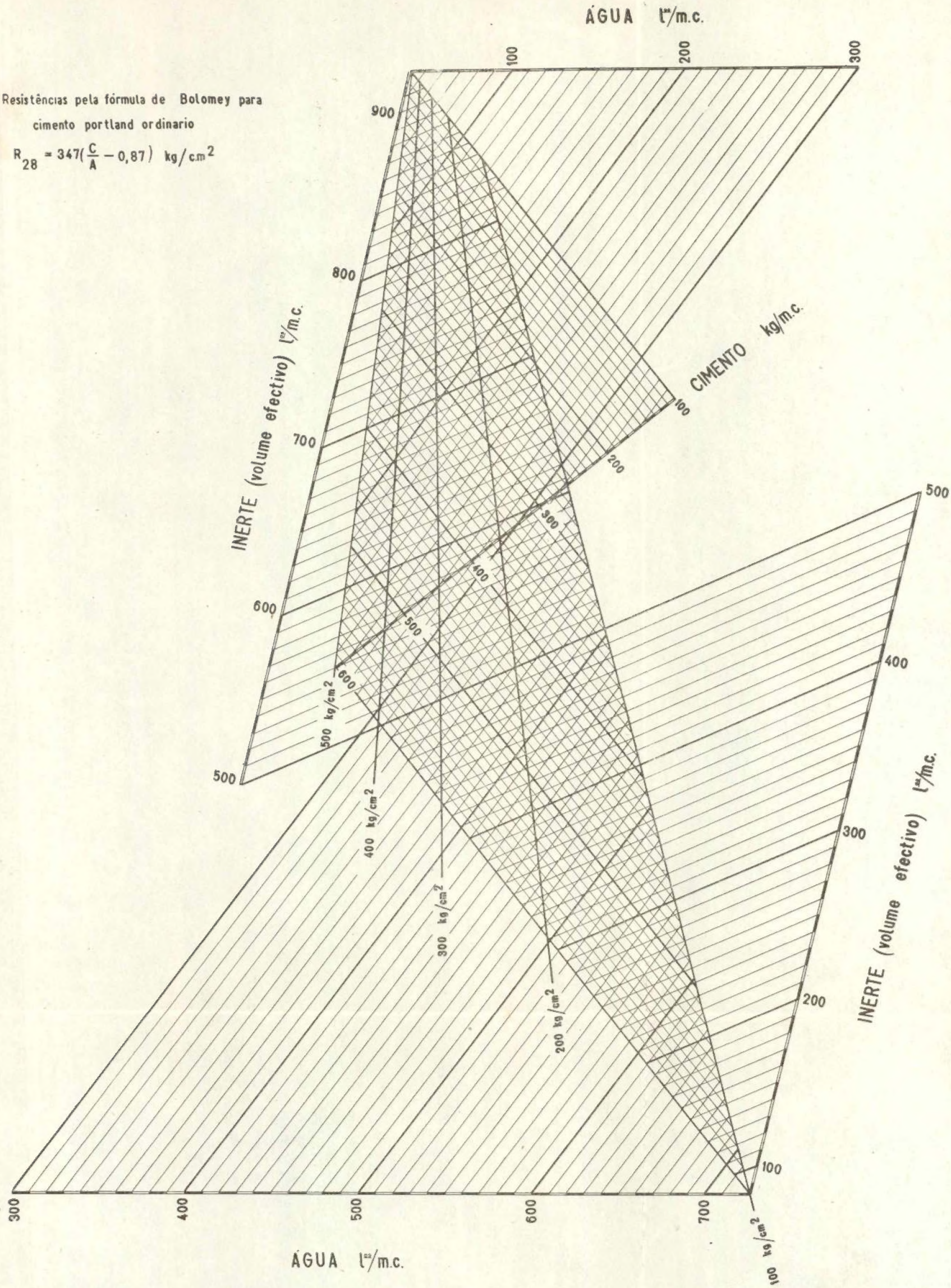
a qual relaciona a resistência do betão aos 28 dias com a proporção ponderal $\frac{\text{cimento}}{\text{água}}$.

Pretendi, com este modesto trabalho, dar mais uma contribuição para o estudo da composição dos aglomerados de cimento; se a prática lhe reconhecer algum mérito, não terão sido inteiramente desperdiçadas as páginas que a «Técnica», tão amavelmente, pôs à minha disposição.

2 - Estudo dos Betões

(peso especifico do cimento γ = 3140 Kg/m.c.)



3- Resistências pela fórmula de Bolomey para cimento portland ordinario

$$R_{28} = 347\left(\frac{C}{A} - 0{,}87\right) \ kg/cm^2$$